

**matetrentino**

*percorsi matematici  
a Trento e dintorni*





# matetrentino

*percorsi matematici  
a Trento e dintorni*

 Springer

*a cura di:*  
Domenico Luminati  
Italo Tamanini

Springer-Verlag fa parte di Springer Science+Business Media

[springer.com](http://springer.com)

© Springer-Verlag Italia, Milano 2006

ISBN 88-470-0473-X  
ISBN 13 978-88-470-0473-3

Quest'opera è protetta dalla legge sul diritto d'autore. Tutti i diritti, in particolare quelli relativi alla traduzione, alla ristampa, all'uso di figure e tabelle, alla citazione orale, alla trasmissione radiofonica o televisiva, alla riproduzione su microfilm o in database, alla diversa riproduzione in qualsiasi altra forma (stampa o elettronica) rimangono riservati anche nel caso di utilizzo parziale. Una riproduzione di quest'opera, oppure di parte di questa, è anche nel caso specifico solo ammessa nei limiti stabiliti dalla legge sul diritto d'autore, ed è soggetta all'autorizzazione dell'Editore. La violazione delle norme comporta le sanzioni previste dalla legge.

L'utilizzo di denominazioni generiche, nomi commerciali, marchi registrati, ecc, in quest'opera, anche in assenza di particolare indicazione, non consente di considerare tali denominazioni o marchi liberamente utilizzabili da chiunque ai sensi della legge sul marchio.

Progetto grafico e impaginazione: Simona Colombo e Raffaella Colombo, Milano  
Stampato in Italia: Printer Trento srl, Trento

# Introduzione

Ci si può appassionare alla matematica? Chi fa ricerca in matematica vi dirà immancabilmente che la matematica è bella, affascinante, elegante e perfino... divertente, mentre spesso è percepita come ostica e distante dalla vita "normale".

*matetrentino* è nata proprio dal desiderio di comunicare a tutti quanto possa essere "bella" e interessante una disciplina come la matematica e dal desiderio di avvicinare ad essa il visitatore curioso, con una proposta di dialogo e di riflessione o di semplice incontro.

Con questi obiettivi, la progettazione di una mostra di matematica può diventare un'avventura certamente impegnativa, ma per molti versi entusiasmante e, non lo nascondiamo, gratificante. Tanto più se si ha la fortuna di lavorare in stretto contatto con un gruppo di persone attente, esigenti e sempre disponibili a discutere idee, intuizioni, ragionamenti, nel continuo intento di valorizzarli al meglio.

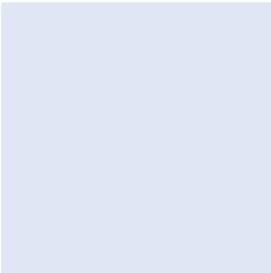
È precisamente quanto è successo con la mostra "raccontata" in questo libro.

La mostra *matemilano* (Museo Nazionale della Scienza e della Tecnologia "Leonardo da Vinci" di Milano, 12 settembre 2003 – 30 maggio 2004) non aveva ancora chiuso i battenti e già si pensava alla realizzazione di *mate-*



*trentino*, a conferma del fatto che Milano e Trento e ogni altra città sono solo un pretesto, e che questa mostra può essere declinata in ogni luogo che abbia conosciuto le vicende dell'arte, dell'architettura e, in generale, dell'attività creativa dell'uomo.

In effetti, *matetrentino. Percorsi matematici a Trento e dintorni* conserva la struttura, l'impianto espositivo e le modalità di narrazione della precedente esperienza milanese, ma è stata completamente rivisitata e riambientata "in chiave trentina": il visitatore è invitato ad affrontare questioni stimolanti e a "fare esperienza" di matematica attraverso installazioni interattive che prendono ora lo spunto dalla realtà di Trento e del suo territorio. L'esposizione si sviluppa intorno alle originarie quattro aree tematiche *topologia, massimi e minimi, visualizzazione, simmetria*, ma ospita anche una nuova sezione dedicata alla prima infanzia e ideata dal personale del Museo Tridentino di Scienze Naturali, sede dell'allestimento nel 2006.



Il percorso fra i suoi exhibit è accompagnato da una serie di schede intese a sciogliere dubbi, a rispondere a curiosità e ad offrire approfondimenti al visitatore e che costituiscono, sul modello del catalogo milanese, anche la trama su cui è costruita la prima parte di questo libro. La seconda parte è dedicata alla descrizione delle scelte compiute nell'ambito della costruzione della comunicazione e dà conto delle tessere che, una dopo l'altra, dalle immagini al linguaggio alla grafica, hanno completato il mosaico.

Questo libro è quindi il prodotto di una storia di collaborazioni e di amicizie che vengono da lontano, ma anche il risultato di un esperimento nuovo condotto assieme a nuove persone e nuove istituzioni, che ugualmente ci piace riconoscere e ringraziare.

*Domenico Luminati e Italo Tamanini*

*Sperimentare la matematica, tutti i giorni. Molte volte la scienza può sembrare più lontana di quanto in realtà non sia dalla vita quotidiana delle persone. La divulgazione della scienza è senz'altro un aspetto fondamentale cui le università oggi sono chiamate a guardare e a rispondere: se è importante infatti fare ricerca scientifica, è altrettanto importante comunicarla e trasferirla alla portata di tutti. In questo senso si muove la mostra Matetrentino, promossa dal Centro interuniversitario Matematita (Università di Trento, Milano Statale, Milano Bicocca e Pisa), dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Trento e dal Museo Tridentino di Scienze Naturali. Una mostra di matematica è certamente un evento particolare, ma è proprio questa dimensione innovativa a incuriosire di più: dimostrare a piccoli e grandi, addetti ai lavori e non, quanta matematica si sperimenti nella vita di tutti i giorni.*

*Portare la ricerca scientifica, soprattutto in quelle aree che a prima vista possono sembrare le più complesse, impenetrabili e distanti dalla vita quotidiana, è certamente una sfida interessante che le università, che oggi sono sempre più chiamate a comunicare verso l'esterno, devono affrontare. Credo che una mostra, in parte anche interattiva, sia uno degli strumenti più adeguati per avvicinare il pubblico in maniera stimolante a problemi anche di grande complessità. Uno strumento che permette, a mio avviso, molto più di altri di "toccare con mano" la matematica, così come altre discipline, e vivere in prima persona la lettura in chiave matematica del mondo.*

*L'evento è inoltre un'occasione importante per consolidare, da un lato, la collaborazione con gli altri atenei che fanno parte del Centro interuniversitario e, dall'altro, per continuare un dialogo ormai aperto e forte con il territorio. Questo si concretizza nel rapporto con il Museo Tridentino di Scienze Naturali, una collaborazione proficua e di alto livello qualitativo che da tempo, mettendo insieme conoscenze e competenze diverse e condividendo obiettivi comuni, ha dato origine a esperienze di grande interesse che hanno portato a risultati molto soddisfacenti. Al contempo la mostra collega la matematica alla città di Trento, caratterizzandola quindi dal punto di vista territoriale, un'occasione per sottolineare il legame tra le due istituzioni e la città e tra la città e la matematica che all'Università si studia e si indaga.*

*Desidero davvero augurare all'iniziativa il massimo successo, ringraziando tutti coloro che in questo progetto hanno creduto, ancora prima di farne una mostra e di portare la mostra a Trento: le università partner, il Dipartimento di Matematica con tutti coloro che al suo interno hanno collaborato con grande entusiasmo e impegno alla realizzazione dell'evento e il Museo Tridentino di Scienze Naturali che ha accolto la proposta e vi ha creduto fin dall'inizio, nella persona del suo direttore ma anche di tutti i collaboratori che hanno investito in questa impresa. ■*

*Il modo solito di guardare alla matematica è quello di percepire la sua importanza per via della sua manifesta universalità. Quasi a dire che la matematica viene prima delle cose, mette tutti d'accordo perché non c'è una matematica di questo o quel pensiero o pensatore. La matematica che è valida in sé senza dipendere dai casi in cui è utilizzata, che è indipendente dagli oggetti ai quali fa riferimento. La matematica, in somma, è un assoluto, ci fa vedere le cose nella loro essenzialità, trasfigurate in formule, in astrazione pura.*

*Il modo solito di guardare al museo è quello di percepire il suo valore per via della serialità degli oggetti che conserva. Quasi a dire che il museo viene dopo le cose che contiene. È una macchina che trasferisce un sapere generato a partire dal particolare o dalla singolarità del reperto alla dimensione generale della definizione: specie, genere, famiglia,...*

*Quando sono impegnati a descrivere il "cosa" delle loro rispettive discipline questi due saperi convergono e adottano per certi versi un linguaggio simile: la formula nel primo caso, la definizione nel secondo. Ma questo, forse non è il modo più naturale d'apprendere. A ben vedere la costruzione del sapere, il come e il perché delle cose, non adotta la formula o la definizione, ma usa come strumento privilegiato la storia e la narrazione. È attraverso le storie attorno ad un oggetto che vengono a generarsi le connessioni, le relazioni di causa ed effetto. Sono le storie che alimentano la curiosità dell'età evolutiva. Si ricordano più facilmente le storie, non le formule o le definizioni. Ciò è noto da tempo. Madri e maestri, usano storie per spiegare, per costruire un contesto, per inserire questo o quello in una trama di significato.*

*Non è un principio esclusivo, naturalmente. C'è l'interazione diretta con gli oggetti, la manipolazione. Ma non c'è dubbio che sarebbe ben limitato il nostro sapere se esso fosse interamente confinato negli angusti spazi della sperimentazione diretta con l'oggetto. Tutto ciò che è immateriale, inevitabilmente, sfuggirebbe. Insomma, contare e raccontare, questo è il punto. Pertanto piace molto questo progetto espositivo in cui va a segno la convergenza tra la dimensione astratta della matematica con la materialità dell'installazione museale. Siano essi frammenti di architettura, azioni di composizione o scioglimento di nodi, viaggi in misteriosi regni d'incanto aritmetico.*

*Così, come il bello della scienza è l'infinita rete delle sue connessioni, così, il bello della interpretazione e dell'azione educativa sono gli infiniti modi di raccontare queste storie. ■*

*Ecco una bella maniera per festeggiare un anniversario: matetrentino viene inaugurata esattamente un anno dopo la costituzione di matematita - il Centro Interuniversitario per la Comunicazione e l'Apprendimento Informale della Matematica che coinvolge le Università di Milano, Milano Bicocca, Pisa e Trento – e costituisce una delle prime realizzazioni che possono a pieno diritto essere riconosciute come prodotto del Centro.*

Maria Dedò  
Direttore di matematita  
Centro Interuniversitario  
per la Comunicazione  
e l'Apprendimento  
Informale della  
Matematica

*Parlare di apprendimento informale relativamente alla matematica può sembrare a prima vista una contraddizione in termini; e in effetti spesso non è facile convincere colleghi e/o pubblica opinione del fatto che è possibile avvicinarsi con serenità ed efficacia alla astrazione tipica della matematica solo se prima ci si è accostati in maniera informale ai suoi risultati e ai suoi metodi. Ora invece matetrentino, per la sua stessa esistenza e per il successo che sicuramente avrà nei prossimi mesi, può rappresentare un elemento forte per convincere gli scettici che è possibile raccontare e spiegare alcuni fatti matematici significativi in maniera informale, senza rinunciare al rigore tipico della disciplina e senza appiattire i contenuti di ciò che si trasmette, richiedendo una continua partecipazione attiva da parte dell'interlocutore, che viene portato in maniera naturale a fare personalmente "esperienza di matematica".*

*I colleghi dell'unità di Trento hanno costruito una bella occasione per condurre il pubblico a riconoscere che basta guardarsi in giro, dovunque si sia, e si possono trovare intorno a noi degli spunti e delle opportunità per parlare di matematica: la matematica è talmente presente, in modo esplicito o implicito, che non c'è che l'imbarazzo della scelta. Le colonnine annodate del Duomo di Trento o il nodo di piazzale Cadorna a Milano, il profilo del monte Chegul o il coro di Bramante nella chiesa di S. Satiro, lo stemma dei Lodron o quello degli anelli Borromei, le piste da sci oppure le vie di Milano, o anche i canali di Venezia, o le linee della metropolitana di Parigi ... diventano tutte occasioni per porsi delle domande e per illustrare idee, metodi e risultati matematicamente significativi.*

*E così ora ci auguriamo che anche altri ricercatori raccolgano la sfida e rendano possibili in futuro altre mostre matexxx. ■*

# Sommario

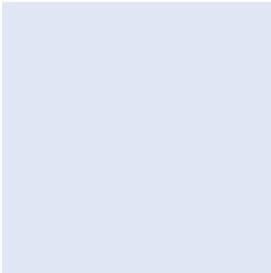
## 1 **Prima parte: i contenuti**

### 3 **Topologia** ■

- 4 Catturare un nodo
- 8 Nido di nodi
- 14 Quanto è annodato un nodo?
- 18 Nodi caudini
- 22 Nodi allo specchio
- 24 Due numeri per un nodo
- 28 Percorso senza ritorni
- 32 Percorsi senza incroci

### 39 **Massimi e minimi** ■

- 40 Il massimo per un rettangolo
- 44 Arrotondando...
- 48 Problemi di rete
- 52 Verso la sfera
- 56 Lievi, minime superfici
- 60 Se una notte d'inverno una cicloide...



65 **Visualizzazione** ■

- 66 Il punto di vista
- 70 Punti di vista
- 74 In volo in un dipinto
- 78 La camera di Ames

83 **Simmetria** ■

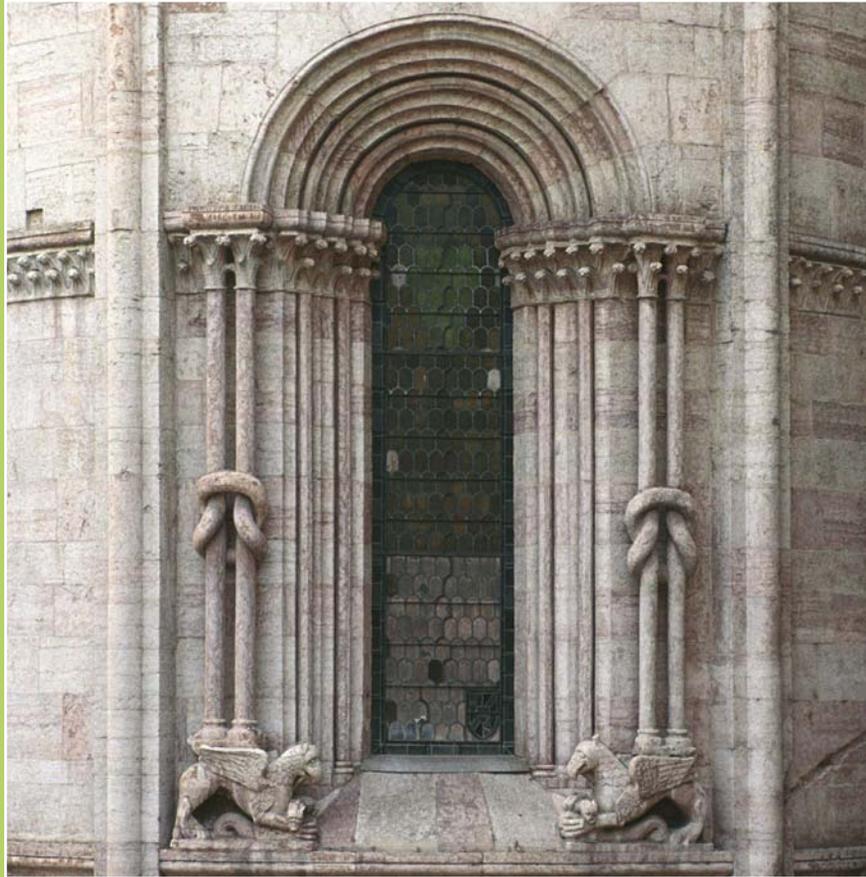
- 84 Ogni rosone al suo posto
- 88 Dal piano allo spazio
- 90 Come si trova l'intruso
- 94 Ogni fregio al suo posto

99 **Seconda parte: l'allestimento**

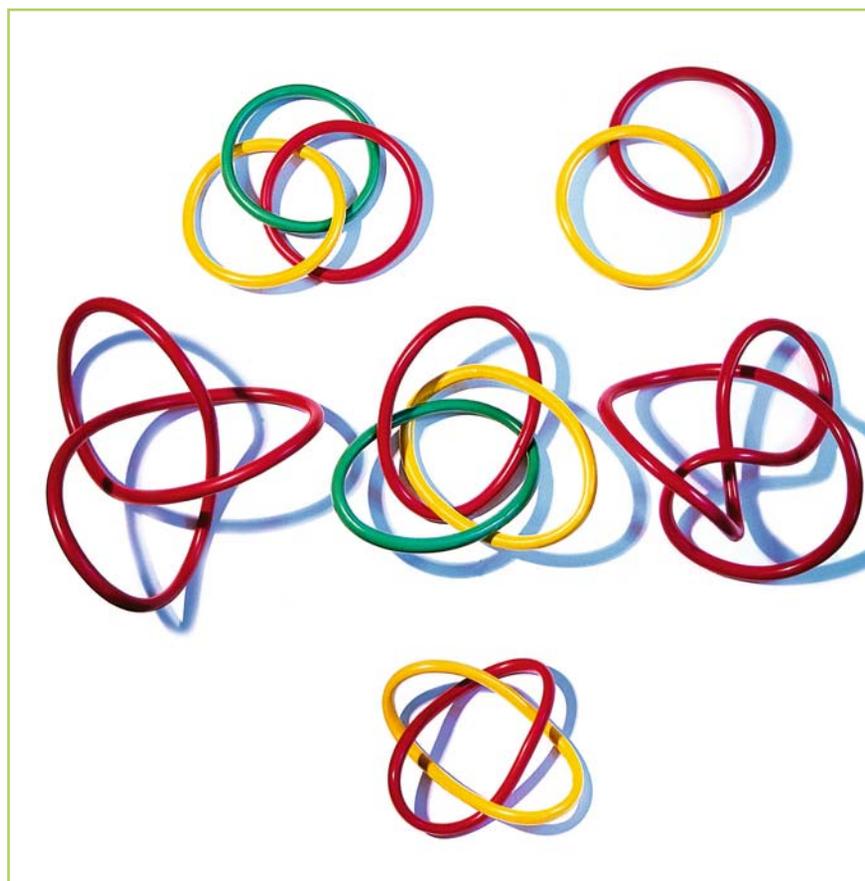
- 101 Il percorso espositivo
- 107 Nel Regno di Matelandia
- 112 Una mostra, un progetto *di S. Colombo*
- 114 Nella matematica... dell'arte *di S. Comunello*
- 116 Titoli *di P. Gallo*
- 119 Galleria dei poster
- 146 Ringraziamenti
- 149 Bibliografia
- 151 Referenze iconografiche
- 153 I curatori - Gli autori

Prima parte  
**i contenuti**

# Topologia



# Catturare un nodo



## Catturare un nodo

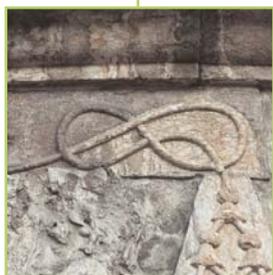


Prendete una corda con i capi liberi e provate ad annodarla come preferite. Potete fare un nodo semplice ■ o uno più complicato ■, come quello raffigurato nello stemma clesiano sulle mura del Castello del Buonconsiglio ■, oppure un nodo scorsoio ■ o qualunque altro nodo vi suggerisca la vostra fantasia o la vostra esperienza di alpinisti, marinai, sarti,...

Finché lasciate liberi i capi della corda, per quanto abbiate stretto il vostro nodo potrete sempre scioglierlo, pur di avere un po' di pazienza, semplicemente facendo scorrere uno dei capi liberi a ritroso lungo il nodo stesso.



Provate però, dopo aver fatto un nodo a piacere (o anche senza avere annodato nulla!), a unire in qualche maniera i capi della corda incollandoli, oppure attaccando una calamita a ciascuno di essi e accostando le calamite. In questo modo avrete in un certo senso "fissato" il nodo indissolubilmente: ad esempio, se avete annodato la corda con un nodo semplice, unendo i capi trovate un nodo che in matematica viene chiamato *nodo trifoglio* ■. Potrete anche ridisporlo sul tavolo in molti modi diversi da quello rappresentato nella fotografia ma, se non tagliate la corda, si tratterà sempre di questo nodo.



Se invece avete annodato la corda con un nodo come quello dello stemma clesiano, quando unite i capi troverete che la corda, una volta adagiata sul





tavolo, potrà assumere l'aspetto del nodo che in matematica si chiama *nodo a otto* e che forse conoscete già come "nodo Savoia". ■

Se poi non annodate per nulla la corda, dopo averne unito i capi potrete disporla sul tavolo in una forma più o meno circolare ■: si tratta di un "finto nodo", che in matematica si chiama *nodo banale*.

Ora provate a manipolare questi nodi, senza mai staccare i capi che avete unito:

- qualunque cosa ne facciate, rigirandoli, sbrigliandoli o ingarbugliandoli ulteriormente, non potrete mai ottenere dal nodo trifoglio il finto nodo, né dal finto nodo il nodo trifoglio;
- analogamente non potrete mai ottenere dal nodo trifoglio il nodo a otto, né viceversa;
- qualunque "groviglio" facciate al finto nodo, potrete poi riportarlo nella forma di una circonferenza, sempre senza tagliare la corda, cosa che per i nodi "veri" non è possibile;
- se invece avete annodato la corda con un nodo scorsoio e poi ne avete unito i capi ■, potrete scioglierlo e disporlo come il finto nodo; potrete anche partire dal finto nodo per ottenere lo stesso nodo scorsoio. Quindi il nodo scorsoio è in realtà un finto nodo.

E l'elenco potrebbe continuare...

Unire i capi della corda dopo averla annodata significa in qualche modo "catturare" l'essenza del nodo. Una volta uniti i capi, non importa più quali altre manipolazioni vengano fatte, a patto di non tagliare la corda: il nodo in realtà sarà sempre quello iniziale.

Potete ora cercare di ricostruire i vari nodi del pannello *Una questione nodale* riprodotto in fondo al volume; prestate solo attenzione a non confondere, nei vari incroci, i due rami della corda che passano rispettivamente sotto oppure sopra: basta invertirne uno perché il tipo di nodo possa diventare completamente diverso! Potrete così accorgervi che ci sono alcuni diagrammi che a pri-

Catturare un nodo

