

3. Auflage

Grundlagen der Mathematik

dümmies



Grundrechenarten im Überblick: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

Brüche, Dezimalzahlen und Prozentrechnung verstehen

Gleichungen lösen und mit Graphen arbeiten

Mark Zegarelli

Grundlagen der Mathematik für **Dummies Schummelseite**

OPERATORENREIHENFOLGE (BERECHNUNGSREIHENFOLGE)

Wenn arithmetische Ausdrücke kompliziert werden, wendet man die Operatorenreihenfolge an - auch als Berechnungsreihenfolge bezeichnet (weitere Informationen hierzu finden Sie in *Kapitel 5*):

Arithmetische Ausdrücke werden von links nach rechts unter Anwendung der folgenden Operatorenreihenfolge berechnet:

- 1. Klammern
- 2. Exponenten
- 3. Multiplikation und Division
- 4. Addition und Subtraktion

EIGENSCHAFTEN DER VIER GROßEN **OPERATIONEN SOWIE VON EXPONENTEN,** WURZELN UND ABSOLUTWERT

Mithilfe von mathematischen *Operationen* ist es möglich, Zahlen zu kombinieren und Berechnungen durchzuführen. Nachfolgend einige wichtige Eigenschaften der vier großen Operationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) sowie von drei weiteren, fortgeschritteneren Operationen (Exponenten, Quadratwurzeln und Absolutwert). Weitere Informationen zu diesem Thema finden Sie in Kapitel 4.

Addition und Subtraktion sind *inverse* Operationen. $2 \cdot 7 = 7 \cdot 2$ Beispiel:

$$2+3=5$$
, also gilt $5-3=2$ $7-1=6$, also gilt $6+1=7$

Die Multiplikation ist kommutativ. Beispiel:

$$2 \cdot 7 = 7 \cdot 2$$

Die Multiplikation ist assoziativ. Beispiel:

$$3 \cdot (4 \cdot 5) = (3 \cdot 4) \cdot 5$$

Quadratwurzeln (Wurzeln) sind das Inverse des Exponenten. 2. Beispiel:

$$\sqrt{9} = 3$$
, weil $3^2 = 9$

$$\sqrt{16} = 4$$
, weil $4^2 = 16$

Multiplikation und Division sind *inverse* Operationen. Beispiel:

 $3 \cdot 4 = 12$, also gilt $12 \div 4 = 3$

 $10 \div 2 = 5$, also gilt $5 \cdot 2 = 10$

Die Addition ist

3+5=5+3Die Addition ist assoziativ. Beispiel: (2+4)+7=2+(4+7)

Die Multiplikation ist distributiv in Bezug auf immer den positiven die Addition. Beispiel:

 $5 \cdot (2+4) = (5 \cdot 2) + (5 \cdot 4) |7| = 7$

Der *Absolutwert* bildet

Wert. Beispiel:

Exponenten (Potenzen) |-13| = 13

sind wiederholte Multiplikationen.

Beispiel:

 $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

kommutativ. Beispiel: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

UMWANDLUNG ZWISCHEN BRÜCHEN, **DEZIMALWERTEN UND PROZENTWERTEN**

In den Kapiteln aus *Teil III* geht es um Brüche, Dezimalwerte und Prozentwerte im Detail, aber wenn Sie nur schnell nachschlagen wollen, wie die Umwandlung erfolgt, sollten Sie die folgende Tabelle immer parat haben:

Bruch	Dezimalwert	Prozentwert	Bruch	Dezimalwert	Prozentwert
1/100	0,01	1 %	3/5	0,6	60 %
1/20	0,05	5 %	7/10	0,7	70 %
1/10	0,1	10 %	3/4	0,75	75 %
1/5	0,2	20 %	4/5	0,8	80 %
1/4	0,25	25 %	9/10	0,9	90 %
3/10	0,3	30 %	1	1,0	100 %
2/5	0,4	40 %	2	2,0	200 %
1/2	0,5	50 %	10	10,0	1000 %

GEBRÄUCHLICHE GEOMETRISCHE FORMELN

Geometrische Formeln sind immer außerordentlich praktisch, egal, ob Sie Vermessungen für Ihren Hausbau anstellen oder herausfinden wollen, ob Ihr Kuchenteig, den Sie für eine runde Form vorgesehen haben, auch für eine eckige Form ausreichend ist. Weitere Informationen über die Verwendung dieser Formeln finden Sie in *Kapitel 16*, aber zum schnellen Nachschlagen eignet sich auch bestens die folgende Liste mit allen wichtigen Grundlagen:

Kreis:

 $d = 2 \cdot r$

 $U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

 $A = \pi \cdot r^2$

Würfel:

 $V = s^3$

Quader (rechteckiger Körper):

 $V = l \cdot b \cdot h$

Parallelogramm:

U = 2(b+s)

 $A = b \cdot h$

Prisma und Zylinder:

 $V = A_h \cdot h$

Pyramide und Kegel:

 $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$

Satz von Pythagoras:

 $a^2 + b^2 = c^2$

Rechteck: $U = 2 \cdot (l + b)$

 $A = l \cdot b$

Raute:

 $U = 4 \cdot s$

 $A = s \cdot h$

Quadrat:

 $U = 4 \cdot s$

 $A = s^2$ oder

 $A = s \cdot s$

Trapez:

 $A = \frac{h \cdot (b_1 + b_2)}{2}$

Dreieck:

 $A = \frac{b \cdot h}{2}$



Mark Zegarelli

Grundlagen der Mathematik

dümmies

3. Auflage

Übersetzung aus dem Amerikanischen von Judith Muhr

Fachkorrektur von Sebastian Linden und Patrick Kühnel



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

3. Auflage 2021

©2022 WILEY-VCH GmbH, Weinheim

Original English language edition Basic Math & Pre-Algebra for Dummies © 2016 by Wiley Publishing, Inc. All rights reserved including the right of reproduction in whole or in part in any form. This translation published by arrangement with John Wiley and Sons, Inc.

Copyright der englischsprachigen Basic Math & Pre-Algebra for Dummies © 2016 by Wiley Publishing, Inc. Alle Rechte vorbehalten inklusive des Rechtes auf Reproduktion im Ganzen oder in Teilen und in jeglicher Form. Diese Übersetzung wird mit Genehmigung von John Wiley and Sons, Inc. publiziert.

Wiley, the Wiley logo, Für Dummies, the Dummies Man logo, and related trademarks and trade dress are trademarks or registered trademarks of John Wiley & Sons, Inc. and/or its affiliates, in the United States and other countries. Used by permission.

Wiley, die Bezeichnung »Für Dummies«, das Dummies-Mann-Logo und darauf bezogene Gestaltungen sind Marken oder eingetragene Marken von John Wiley & Sons, Inc., USA, Deutschland und in anderen Ländern.

Das vorliegende Werk wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie eventuelle Druckfehler keine Haftung. **Print ISBN:** 978-3-527-71919-8

ePub ISBN: 978-3-527-83691-8

Coverfoto: © gal2007

Korrektur: Petra Heubach-Erdmann

Über den Autor

Mark Zegarelli studierte an der Rutgers University Englisch und Mathematik und ist von Beruf Schriftsteller. Viele Jahre verdiente er sich seinen Lebensunterhalt damit, eine unüberschaubare Menge an Logikrätseln, viele Software-Handbücher und gelegentlich Buch- oder Filmrezensionen zu verfassen. Außerdem bezahlte er einige seiner Rechnungen, indem er sich beim Hausputz, Häuserstreichen und (zehn Stunden lang) als Verkäufer versuchte. Am liebsten schreibt er allerdings Bücher.

Mark Zegarelli lebt größtenteils in Long Branch, New Jersey, und zeitweilig in San Francisco, Kalifornien.

Inhaltsverzeichnis

Cover	
Titelblatt	
<u>Impressu</u>	<u>m</u>
<u>Über den</u>	Autor
<u>Einführur</u>	<u>1g</u>
<u>Über</u>	r dieses Buch
Konv	ventionen in diesem Buch
<u>Was</u>	Sie nicht lesen müssen
<u>Töric</u>	chte Annahmen über den Leser
Wie	dieses Buch aufgebaut ist
<u>Sym</u> werd	<u>bole, die in diesem Buch verwendet den</u>
Wie	es weitergeht

Teil I: Grundlagen der grundlegenden **Mathematik**

Kapitel 1: Das Spiel mit den Zahlen

Die Erfindung der Zahlen

Zahlenfolgen verstehen

Der Zahlenstrahl

Vier wichtige Zahlenmengen

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 2: Zahlen und Ziffern - an den Fingern abgezählt

Den Stellenwert kennen Runden und Schätzen

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 3: Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

Zusammenzählen: Addition

Abziehen: Subtraktion

Multiplikation

Division im Handumdrehen

<u>Aufgaben</u>

Teil II: Ganze Zahlen

Kapitel 4: Die vier großen Operationen in der Praxis

Eigenschaften der vier großen Operationen

Die vier großen Operationen für negative Zahlen

Einheiten und Größen verstehen

<u>Ungleichheiten verstehen</u>

<u>Über die großen Vier hinaus: Exponenten, Quadratwurzeln</u> und Beträge

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 5: Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke

<u>Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen,</u>

Terme und deren Berechnung

Gleichheit für alle: Gleichungen

<u>Die Operatorenreihenfolge</u>

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 6: Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln

Zwei Gerüchte über Textaufgaben zerstreuen

Grundlegende Textaufgaben lösen

Komplexere Textaufgaben lösen

Aufgaben

Kapitel 7: Teilbarkeit

Die Tricks der Teilbarkeit

Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen erkennen

<u>Aufgaben</u>

<u>Kapitel 8: Fabelhafte Faktoren und viel</u> <u>zitierte Vielfache</u>

Sechs Methoden, dasselbe zu sagen

Faktoren und Vielfache in Beziehung setzen

Fabelhafte Faktoren

Viel zitierte Vielfache

<u>Aufgaben</u>

<u>Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente</u>

Kapitel 9: Das Spiel mit den Brüchen

Eine Torte in Bruchteile schneiden

Entscheidende Informationen über Brüche

Brüche erweitern und kürzen

<u>Unechte Brüche und gemischte Schreibweise ineinander</u> umwandeln

Die Kreuzmultiplikation verstehen

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 10: Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen

Brüche multiplizieren und dividieren

Zusammengezählt: Brüche addieren

Weg damit: Brüche subtrahieren

Mit der gemischten Schreibweise arbeiten

Aufgaben

Kapitel 11: Dezimalzahlen

Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen

Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen

Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln

Aufgaben

Kapitel 12: Prozentsätze

Prozentsätze verstehen

Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent

<u>Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln</u>

Prozentaufgaben lösen

Alle Prozentaufgaben kombinieren

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 13: Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen

<u>Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren</u>

<u>Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen</u>

<u>Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben</u> <u>multiplizieren</u>

<u>Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben</u> Aufgaben

<u>Teil IV: Visualisieren und Messen - Graphen,</u> <u>Maße, Statistik und Mengen</u>

Kapitel 14: Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation

Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen als Exponenten

Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 15: Maße und Gewichte

<u>Unterschiede zwischen dem englischen und dem metrischen System untersuchen</u>

<u>Das englische und das metrische System – schätzen und umrechnen</u>

<u>Aufgaben</u>

<u>Kapitel 16: Ein Bild sagt mehr als tausend</u> <u>Worte: Grundlegende Geometrie</u>

Alles in der Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren

<u>Figuren</u>

Geschlossener Umriss: Weiter zu den 2D-Figuren

Die nächste Dimension: Körpergeometrie

<u>Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen</u>
<u>Aufgaben</u>

Kapitel 17: Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug

Die drei wichtigsten Graphenstile

Kartesische Koordinaten

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 18: Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen

Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von

<u>Umrechnungsketten lösen</u>

Textaufgaben aus der Geometrie lösen

<u>Und jetzt alles zusammen: Geometrie und Maße in einer</u>

<u>Aufgabenstellung</u>

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 19: Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik

Wahrscheinlichkeiten: Grundlegende

Wahrscheinlichkeitsrechnung

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 20: Jede Menge Mengenlehre

<u>Mengen</u>

Operationen für Mengen

Aufgaben

Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra

Kapitel 21: Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke

x als Platzhalter

Algebraische Ausdrücke

Algebraische Ausdrücke vereinfachen

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 22: Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen

Algebraische Gleichungen verstehen

Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen

Gleichungen neu anordnen und x isolieren

<u>Aufgaben</u>

Kapitel 23: Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra

<u>Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen</u>

Die Variablen sorgfältig auswählen

Kompliziertere Algebra-Aufgaben lösen

<u>Aufgaben</u>

Teil VI: Der Top-Ten-Teil

Kapitel 24: Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten

<u>Jede Menge Mengen</u>

Das Spiel mit den Primzahlen

Null: Viel Lärm um Nichts

Es wird griechisch: Pi (π)

Auf gleichem Niveau: Gleichheitszeichen und Gleichungen

<u>Das Raster: Das kartesische Koordinatensystem</u>

Ein und aus: Funktionen

Auf in die Unendlichkeit

Der reelle Zahlenstrahl

<u>Die imaginäre Zahl i</u>

Kapitel 25: Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten

Reine Natur: Die natürlichen Zahlen

Ganze Zahlen identifizieren

Rational über rationale Zahlen sprechen

Irrationale Zahlen verstehen

Algebraische Zahlen

Durchblick bei den transzendenten Zahlen

Auf dem Boden der reellen Zahlen

Imaginäre Zahlen veranschaulichen

Die Komplexität komplexer Zahlen verstehen

Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus

Stichwortverzeichnis

End User License Agreement

Tabellenverzeichnis

Kapitel 2

<u>Tabelle 2.1: 45.019, dargestellt in einer Stellenwerttabelle</u>

<u>Tabelle 2.2: 5.001.000 fehlerhaft dargestellt ohne die</u> Platzhalternullen

Tabelle 2.3: 3.040.070, dargestellt mit zwei führenden Nullen

Tabelle 2.4: Eine Platzhaltertabelle für Dreiergruppen

Kapitel 3

Tabelle 3.1: Die monströse Standardmultiplikationstabelle

Tabelle 3.2: Die verkürzte Multiplikationstabelle

Kapitel 5

<u>Tabelle 5.1: Die drei Arten von Termen mit den vier großen</u> Operationen

Kapitel 11

<u>Tabelle 11.1: Zerlegung von 4.672 im Hinblick auf die Stellenwerte</u>

Tabelle 11.2: Zerlegung der Dezimalzahl 4.672,389

<u>Tabelle 11.3: Beispiel für das Anfügen führender Nullen</u>

Tabelle 11.4: Beispiel für angehängte Nullen

Tabelle 11.5: Beispiel für Nullen als Platzhalter

<u>Tabelle 11.6: Beispiel, Dezimalkommas und die Stellenwerte von</u> Ziffern

Tabelle 11.7: Beispiel, Zahlen werden um eine Stelle verschoben.

Kapitel 12

<u>Tabelle 12.1: Die drei wichtigsten Arten von Prozentaufgaben</u>

Kapitel 14

<u>Tabelle 14.1: Zehnerpotenzen, dargestellt als Exponenten</u>

Kapitel 15

Tabelle 15.1: Fünf metrische Basiseinheiten

Tabelle 15.2: Zehn metrische Präfixe

<u>Tabelle 15.3: Vergleich von Temperaturen in Celsius und</u> Fahrenheit

Kapitel 19

<u>Tabelle 19.1: Umfrage in der vierten Klasse der Grundschule</u>

<u>Tabelle 19.2: Lieblingsfarben in der vierten Klasse der</u> Grundschule

Tabelle 19.3: Körpergröße und Ergebnisse des Diktats

Illustrationsverzeichnis

Kapitel 1

Abbildung 1.1: Quadratzahlen

<u>Abbildung 1.2: Die Zahl 12 in zwei unterschiedlichen rechteckigen</u> <u>M...</u>

<u>Abbildung 1.3: Zusammengesetzte Zahlen können Rechtecke bilden, hie...</u>

<u>Abbildung 1.4: Die unglückliche 13, eine Primzahl, verdeutlicht, da...</u>

<u>Abbildung 1.5: Grundlegender Zahlenstrahl</u>

<u>Abbildung 1.6: Bewegung auf dem Zahlenstrahl von links nach rechts</u>

<u>Abbildung 1.7: Bewegung auf dem Zahlenstrahl von rechts nach links</u>

<u>Abbildung 1.8: Der Zahlenstrahl, beginnend bei 0 und weiter mit 1, ...</u>

Abbildung 1.9: Von 3 aus um 3 nach links

<u>Abbildung 1.10: Negative ganze Zahlen auf dem Zahlenstrahl</u>

```
<u>Abbildung 1.11: 4 - 7 auf dem Zahlenstrahl subtrahieren</u>
```

Abbildung 1.12: 5 · 2 mithilfe des Zahlenstrahls berechnen

Abbildung 1.13: $-3 \cdot 2 = -6$, wie auf dem Zahlenstrahl gezeigt

Abbildung 1.14: Der Zahlenstrahl mit Fünfersprüngen

<u>Abbildung 1.15: 2 · 5 auf dem Zahlenstrahl berechnen</u>

Abbildung 1.16: Zahlenstrahl von 0 bis 6

Abbildung 1.17: Die Lösung für 6 ÷ 2 erhalten Sie durch Unterteile...

<u>Abbildung 1.18: Berechnung von 6 ÷ 3 mithilfe des Zahlenstrahls</u>

Abbildung 1.19: Brüche auf dem Zahlenstrahl

Abbildung 1.20: Zahlenstrahl mit einigen Brüchen zwischen 0 und 1....

Kapitel 3

Abbildung 3.1: Beide Seiten einer Karte, mit der Aufgabe 7 · 6 auf

Kapitel 8

<u>Abbildung 8.1: Wir ermitteln zwei Faktoren von 56. 7 ist eine</u> Primz...

Abbildung 8.2: Die Zahlenzerlegung wird bei 8 fortgesetzt.

Abbildung 8.3: Der fertige Baum

Abbildung 8.4: Start der Verzweigung bei einer Primzahl

Abbildung 8.5: Der Faktor 2 wird aus 84 herausgezogen.

Abbildung 8.6: Vervollständigung der Primfaktorzerlegung von 84

<u>Abbildung 8.7: Der erste Schritt bei der Zerlegung von 700</u>

Abbildung 8.8: Vervollständigung der Zerlegung von 700

Abbildung 8.9: Bestimmung des ggT von 28, 42 und 70

Kapitel 9

Abbildung 9.1: Zwei Hälften einer Torte

Abbildung 9.2: Sie schneiden die Torte in drei Teile.

<u>Abbildung 9.3: Zerlegte Torten, wobei die dunkel gefärbten Teile</u> (A...

Kapitel 11

<u>Abbildung 11.1: Eine Hälfte (0,5) eines Euros</u>

Abbildung 11.2: Ein Viertel (0,25) eines Euros

Abbildung 11.3: Drei Viertel (0,75) eines Euros

Abbildung 11.4: Torten, zerlegt und dunkel gefärbt in 0,75 (A), 0,...

Kapitel 12

<u>Abbildung 12.1: Im Prozentkreis steht der Prozentwert oben, der Pr...</u>

Abbildung 12.2: 75 % und 20 werden in den Prozentkreis eingetragen...

Abbildung 12.3: Berechnen, wie viel Prozent von 50 gleich 35 sind

Abbildung 12.4: Berechnen, wovon 15 % gleich 18 sind

Kapitel 13

Abbildung 13.1: Geld von der Tante = 48 € ÷ 0,6 = 80 €

Kapitel 16

Abbildung 16.1: Unbenannte Figuren

Abbildung 16.2: Dreieckstypen

Abbildung 16.3: Gebräuchliche Vierecke

Abbildung 16.4: Pentagon, Hexagon und Oktogon

Abbildung 16.5: Verschiedene unregelmäßige Polygone

Abbildung 16.6: Ein typischer Würfel

Abbildung 16.7: Gebräuchliche Polyeder

Abbildung 16.8: Die fünf regelmäßigen Körper

Abbildung 16.9: Kugel, Zylinder und Kegel

<u>Abbildung 16.10: Die Seiten von Figuren messen</u>

Abbildung 16.11: Die Flächen von Figuren

<u>Abbildung 16.12: Die Bestandteile eines Kreises</u>

Abbildung 16.13: Die Basis und die Höhe eines Dreiecks

Abbildung 16.14: Die Hypotenuse und die Kathete eines rechtwinkli...

<u>Abbildung 16.15: Messung einer Raute</u>

<u>Abbildung 16.16: Maße eines Parallelogramms</u>

Abbildung 16.17: Maße eines Trapezes

<u>Abbildung 16.18: Maße eines Quaders</u>

Kapitel 17

Abbildung 17.1: Anzahl neuer Kunden in diesem Quartal

Abbildung 17.2: Die monatlichen Ausgaben von Maria

Abbildung 17.3: Bruttoeinnahmen des Gemüseladens von Lisa

<u>Abbildung 17.4: Ein kartesisches Koordinatensystem besteht aus ein...</u>

<u>Abbildung 17.5: Die Punkte A, B, C und D in einem kartesischen</u> Koo...

<u>Abbildung 17.6: Alle möglichen Geldbeträge von Xaver und Yvonne, w...</u>

<u>Abbildung 17.7: Alle möglichen Geldbeträge von Xaver und Yvonne, w...</u>

<u>Abbildung 17.8: Beide Geraden in einem Koordinatensystem</u>

<u>Abbildung 17.9: Verkehrsmittel beim Weg zur Arbeit</u>

Abbildung 17.10: "Liniendiagramm der gefahrenen Kilometer"

Kapitel 18

Abbildung 18.1: Zwei Söhne erhalten nicht-rechteckige Abschnitte e...

Abbildung 18.2: Eine beschriftete Skizze zeigt die wichtigsten Inf...

<u>Abbildung 18.3: Ihre Skizze erhält neue Beschriftungen, während Si...</u>

<u>Abbildung 18.4: Ein Pfad um einen Brunnen soll gemessen</u> werden.

Kapitel 19

Abbildung 19.1: Mögliche Würfe für ein Paar Würfel

Kapitel 22

Abbildung 22.1: Eine Gleichung kann mit einer Waage verglichen wer...

Kapitel 25

Abbildung 25.1: Zahlen auf dem imaginären Zahlenstrahl

Einführung

Vor langer Zeit haben Sie Zahlen geliebt. Das ist nicht etwa der Beginn eines Märchens. Vor langer Zeit haben Sie Zahlen geliebt. Erinnern Sie sich?

Wahrscheinlich waren Sie drei, und Ihre Großeltern waren zu Besuch. Sie haben neben ihnen auf dem Sofa gesessen und die Zahlen von 1 bis 10 aufgesagt. Oma und Opa waren stolz auf Sie und – seien Sie ehrlich – Sie waren auch ein bisschen stolz auf sich selbst. Vielleicht waren Sie auch gerade fünf und haben gelernt, Zahlen zu schreiben – und waren immer bemüht, die 2 und die 5 nicht verkehrt herum zu schreiben.

Lernen hat Spaß gemacht. Zahlen haben Spaß gemacht. Aber was ist passiert? Vielleicht begann der Ärger mit der schriftlichen Division. Oder Sie haben nicht verstanden, wie Brüche in Dezimalzahlen umgewandelt werden. Oder vielleicht ging es darum, dass Sie nicht mit der Prozentrechnung zurechtgekommen sind? Die Umwandlung von Meilen in Kilometer? Der Versuch, den Wert des gefürchteten x zu bestimmen? Egal, wann es angefangen hat, Sie waren irgendwann der Meinung, dass die Mathematik Sie nicht mag – und Sie haben die Mathematik auch nicht sehr viel mehr gemocht.

Warum sind Menschen im Kindergarten oft so glücklich, zählen zu lernen, und verlassen dann die Schule in der festen Überzeugung, dass Mathematik einfach nichts für sie ist? Die Antwort auf diese Frage würde 20 Bücher dieses Umfangs füllen, aber wir können hier zumindest anfangen, das Problem zu lösen.

Ich bitte Sie ganz bescheiden, alle Vorurteile abzulegen. Denken Sie einen kurzen Moment lang an diese unschuldige Zeit – die Zeit, bevor das Wort »Mathematik« Panikattacken bei Ihnen ausgelöst hat (oder im besten Fall unbezwingbare Schläfrigkeit). In diesem Buch begleite ich Sie vom Verständnis der Grundlagen bis zu dem Punkt, an dem Sie bereit für die Algebra und damit erfolgreich sein werden.

Über dieses Buch

Irgendwo auf dem Weg vom Zählenlernen bis zur Algebra erleiden viele einen großen mathematischen Zusammenbruch. Das ist etwa so, als würde Ihr Auto irgendwo im Niemandsland, fernab jeder Zivilisation plötzlich stottern und vor sich hin qualmen.

Betrachten Sie dieses Buch als Ihren persönlichen Pannenhelfer und mich als Ihren freundlichen Mechaniker (der aber sehr viel billiger als der für das Auto ist!). Nach der Strandung in diesem Zwischenzustand sind Sie vielleicht frustriert über die Umstände und fühlen sich von Ihrem Auto verraten, aber für den Herrn mit dem Werkzeugkasten ist es ganz alltägliche Arbeit. Die Werkzeuge für die Lösung des Problems mit der Mathematik finden Sie in diesem Buch.

Dieses Buch hilft Ihnen nicht nur bei den Grundlagen der Mathematik, sondern auch, Ihre Aversion zu überwinden, die Sie möglicherweise gegenüber der Mathematik ganz allgemein haben. Ich habe die Konzepte in leicht verständliche Abschnitte zerlegt. Und weil *Grundlagen der Mathematik für Dummies* eine Art Nachschlagewerk ist, müssen Sie die einzelnen Kapitel oder Abschnitte nicht in der vorgegebenen Reihenfolge lesen – Sie brauchen nur das zu lesen, was Sie gerade benötigen. Blättern Sie also beliebig herum. Immer wenn ich ein Thema beschreibe, für das Sie Informationen aus anderen Abschnitten im Buch benötigen, weise ich auf

die betreffenden Abschnitte oder Kapitel hin, falls Sie Ihre Grundlagen noch einmal auffrischen möchten.

Hier zwei Ratschläge, die ich immer gebe – denken Sie daran, wenn Sie sich durch dieses Buch arbeiten:

- ✓ Machen Sie häufig Pausen beim Lernen. Stehen Sie alle 20 bis 30 Minuten auf und gehen Sie vom Schreibtisch weg. Füttern Sie die Katze, machen Sie den Abwasch, gehen Sie spazieren, jonglieren Sie mit Tennisbällen, probieren Sie das Faschingskostüm vom letzten Jahr an – machen Sie irgendetwas, um sich für ein paar Minuten abzulenken. Sie werden sehr viel aufnahmefähiger zu Ihren Büchern zurückkehren, als wenn Sie Stunde um Stunde mit müden Augen davor sitzen bleiben.
- ✓ Nachdem Sie ein Beispiel gelesen haben und denken, es zu verstehen, schreiben Sie die Aufgabe ab, schließen Sie das Buch und versuchen Sie, sie selbstständig nachzuvollziehen. Wenn Sie stecken bleiben, sehen Sie kurz im Buch nach – aber versuchen Sie später, dasselbe Beispiel noch einmal zu rechnen, ohne das Buch zu öffnen. (Denken Sie daran, dass bei etwaigen Prüfungen, auf die Sie sich vielleicht vorbereiten, Spicken auch nicht erlaubt ist.)

Konventionen in diesem Buch

Um Ihnen dabei zu helfen, sich in diesem Buch zurechtzufinden, verwende ich die folgenden Konventionen:

- Kursiv ausgezeichneter Text markiert neue Wörter und definierte Begriffe.
- ✓ Fett ausgezeichneter Text markiert Schlüsselwörter in Aufzählungen sowie den Anweisungsteil in nummerierten Schritten.
- ✓ Nicht proportional ausgezeichneter Text markiert Webadressen.
- ✓ Variablen, wie etwa x und y, werden ebenfalls kursiv dargestellt.

Was Sie nicht lesen müssen

Obwohl jeder Autor insgeheim (oder auch ganz offen) davon ausgeht, dass jedes Wort aus seiner Feder pures Gold ist, müssen Sie nicht jedes Wort in diesem Buch lesen, es sei denn, Sie wollen das wirklich. Sie können Einschübe jederzeit überblättern (das sind die grau unterlegten Kästen), in denen ich ab und zu kleine Exkurse mache – es sei denn, Sie finden die hier präsentierten Informationen interessant. Mit dem Symbol »Vorsicht Technik« gekennzeichnete Abschnitte sind ebenfalls für das Verständnis nicht zwingend erforderlich.

Törichte Annahmen über den Leser

Wenn Sie vorhaben, dieses Buch zu lesen, sind Sie wahrscheinlich

- ein Schüler, der solides Verständnis für die grundlegende Mathematik für einen Kurs oder eine Prüfung benötigt.
- ✓ ein Erwachsener, der seine Kenntnisse im Hinblick auf Arithmetik, Brüche, Dezimalzahlen, Prozentrechnung, Gewichte und Maße, Geometrie, Algebra und so weiter verbessern will, weil er die Mathematik im wirklichen Leben benötigt.
- ✓ jemand, der eine Auffrischung seiner Kenntnisse braucht, sodass er einem anderen helfen kann, Mathematik zu verstehen.

Ich gehe davon aus, dass Sie addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren können. Um herauszufinden, ob dieses Buch für Sie geeignet ist, führen Sie also den folgenden einfachen Test durch:

$$5 + 6 =$$

 $10 - 7 =$ ____
 $3 \cdot 5 =$ ____
 $20 \div 4 =$

Wenn Sie diese vier Fragen beantworten können, können Sie sofort anfangen.

Wie dieses Buch aufgebaut ist

Dieses Buch besteht aus sechs Teilen. Sie beginnen mit der einfachsten Mathematik – mit Themen wie etwa dem Zählen und dem Zahlenstrahl – und arbeiten sich langsam vor bis zur Algebra. Nach jedem Kapitel finden Sie Übungsaufgaben, um das Gelernte zu festigen. Die Lösungen zu diesen Aufgaben finden Sie kostenfrei zum Download unter https://www.wiley-

vch.de/de/dummies/downloads und dem Buchtitel.

Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik

In Teil I gehe ich von dem aus, was Sie bereits über Mathematik wissen, und bewege mich von dort aus langsam weiter.

In <u>Kapitel 1</u> finden Sie einen kurzen Überblick darüber, was Zahlen sind und wo sie herkommen. Ich beschreibe, wie Zahlenfolgen entstehen. Ich zeige Ihnen, wie wichtig Zahlenmengen sind – beispielsweise die natürlichen Zahlen, die ganzen Zahlen und die rationalen Zahlen –, die Sie alle auf dem Zahlenstrahl finden. Außerdem zeige ich Ihnen, wie Sie den Zahlenstrahl für die grundlegende Arithmetik nutzen können.

In <u>Kapitel 2</u> geht es um die Ziffern, die die Bausteine der Zahlen bilden, vergleichbar damit, wie Buchstaben die Bausteine der Wörter sind. Ich zeige Ihnen, wie das Zahlensystem, das Sie täglich verwenden – das hinduarabische Zahlensystem (auch als *Dezimalzahlen* bezeichnet) –, die Basis 10 als Grundlage für den Aufbau von Zahlen aus Ziffern nutzt.

<u>Kapitel 3</u> schließlich konzentriert sich auf die sogenannten großen vier Operationen – Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Ich werde Ihre Kenntnisse auffrischen, wie spaltenweise mit Übertrag addiert wird, wie die Subtraktion mit Zehnerübergang funktioniert, wie große Zahlen multipliziert werden und wie die gefürchtete schriftliche Division passiert.

Teil II: Ganze Zahlen

In Teil II gehen wir einen großen Schritt weiter, und Sie werden besser verstehen, wie die großen Vier (Operationen) funktionieren. In <u>Kapitel 4</u> geht es um inverse Operationen, kommutative, assoziative und distributive Eigenschaften sowie um die Arbeit mit negativen Zahlen. Sie erfahren, wie man mit Ungleichungen arbeitet, also mit Gleichungen, die statt des Gleichheitszeichens (=) das Größer-als-Zeichen (>) oder das Kleiner-als-Zeichen (<) verwenden. Außerdem stelle ich Ihnen fortgeschrittenere Operationen vor, wie beispielsweise Potenzen (Exponenten), Quadratwurzeln und Absolutwerte.

In <u>Kapitel 5</u> geht es um drei wichtige Konzepte der Mathematik: *Ausdrücke, Gleichungen* und *Auswertung*. Das restliche Kapitel konzentriert sich auf eine wichtige Fähigkeit: die Auswertung mathematischer Ausdrücke unter Verwendung der Operationsreihenfolge. In <u>Kapitel 6</u> erfahren Sie, wie Sie *Textaufgaben* lösen, indem Sie Wortgleichungen aufstellen.

In <u>Kapitel 7</u> geht es detailliert um die Teilbarkeit. Ich verrate Ihnen ein paar Tricks, wie Sie feststellen, ob eine Zahl durch eine andere Zahl teilbar ist. Außerdem geht es hier um Primzahlen und um zusammengesetzte Zahlen. In <u>Kapitel 8</u> schließlich geht es um Faktoren und Vielfache, und Sie erfahren, wie diese beiden Konzepte miteinander verbunden sind. Ich zeige Ihnen, wie Sie eine Zahl in ihre Primfaktoren zerlegen. Außerdem erkläre ich, wie Sie den größten gemeinsamen Teiler (ggT) und das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) von zwei oder mehr Zahlen finden.

Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente In Teil III geht es darum, wie die Mathematik Teile des Ganzen darstellt, nämlich als Brüche, Dezimalzahlen und Prozentwerte, und wie diese drei Konzepte miteinander verbunden sind.

In den <u>Kapiteln 9</u> und <u>10</u> geht es vor allem um Brüche und auch darum, wie diese erweitert oder gekürzt werden. Anschließend zeige ich Ihnen, wie Brüche multipliziert und dividiert werden, und eine Vielzahl von Möglichkeiten, Brüche zu addieren und zu subtrahieren. Schließlich erfahren Sie, wie Sie mit gemischten Zahlen arbeiten. In <u>Kapitel 11</u> sind die Dezimalzahlen an der Reihe. Ich zeige Ihnen, wie Sie Dezimalzahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren und wie Sie Brüche in Dezimalzahlen umwandeln und umgekehrt. Außerdem erkläre ich Ihnen, was periodische Dezimalstellen sind.

In <u>Kapitel 12</u> geht es um Prozentwerte. Ich zeige Ihnen, wie Sie Prozentwerte sowohl in Brüche als auch in Dezimalzahlen umwandeln und umgekehrt. Anschließend geht es um verschiedene Möglichkeiten, Prozentwerte zu berechnen, unter anderem um ein einfaches, aber sehr leistungsfähiges Werkzeug, den sogenannten Prozentkreis. In <u>Kapitel 13</u> schließlich erkläre ich Ihnen das Lösen von Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentwerten.

Teil IV: Visualisieren und Messen -Graphen, Maße, Statistik und Mengen

Teil IV enthält eine Vielfalt an Themen, die alle auf den Fähigkeiten aufbauen, die Sie in den ersten drei Teilen des Buches erworben haben.

In <u>Kapitel 14</u> zeige ich Ihnen, wie durch die wissenschaftliche Notation sehr große und sehr kleine

Zahlen sehr viel handlicher werden, indem Dezimalstellen und Zehnerpotenzen kombiniert werden. In <u>Kapitel 15</u> geht es um zwei wichtige Gewichts- und Maßsysteme: das englische System (das hauptsächlich in Amerika verwendet wird) und das metrische System (das auf der ganzen Welt verwendet wird). Ich stelle Ihnen eine Vielzahl von Umwandlungsgleichungen vor und zeige Ihnen, wie Sie Maßeinheiten umwandeln. Außerdem verrate ich Ihnen ein paar Faustregeln für die Abschätzung metrischer Einheiten.

In <u>Kapitel 16</u> geht es um Geometrie. Hier lernen Sie verschiedene Formeln kennen, um den Umfang und die Fläche grundlegender Formen sowie die Oberfläche und den Inhalt einiger wichtiger Körper zu berechnen.

Kapitel 17 stellt Ihnen Graphen vor. Zuerst geht es um drei wichtige Graphentypen: Bal kendiagramm, Tortendiagramm und Strichdiagramm. Außerdem stelle ich Ihnen hier die Grundlagen der wichtigsten Graphenmethode in der Mathematik vor, das kartesische Koordinatensystem. Ich zeige Ihnen, wie Sie Punkte einzeichnen, Linien ziehen und Aufgabenstellungen anhand dieses Graphensystems lösen. In Kapitel 18 sammeln Sie weitere Erfahrung beim Lösen von Textaufgaben, insbesondere im Hinblick auf Geometrie sowie Gewichte und Maße.

Kapitel 19 stellt die Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung vor. Sie lernen den Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten kennen und erfahren, wie der Mittelwert und der Median (Zentralwert) berechnet werden. Außerdem erkläre ich Ihnen, wie Sie die Wahrscheinlichkeit berechnen, indem Sie mögliche Ergebnisse und bevorzugte Ergebnisse zählen.

In <u>Kapitel 20</u> geht es um die Grundlagen der Mengenlehre, unter anderem um die Definition einer Menge, die Identifizierung von Elementen und Teilmengen und das Verständnis der leeren Menge. Außerdem zeige ich Ihnen einige grundlegende Operationen für Mengen wie beispielsweise Vereinigungsmengen und Schnittmengen.

Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra

Teil V bildet die Einführung in die Algebra. <u>Kapitel 21</u> enthält einen Überblick über die Algebra – hier geht es um die Grundlagen der Variablen (wie beispielsweise *x*). Anschließend lernen Sie Ausdrücke kennen, wobei die Kenntnisse genutzt werden, die Sie in <u>Kapitel 5</u> erworben haben.

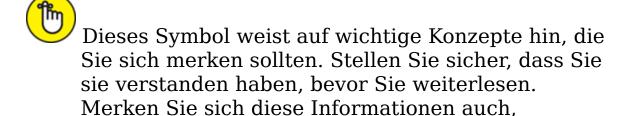
<u>Kapitel 22</u> stellt verschiedene Möglichkeiten vor, algebraische Gleichungen zu lösen. In <u>Kapitel 23</u> schließlich fassen wir alles zusammen: Sie lernen, Textaufgaben aus der Algebra vom Anfang bis zum Ende zu lösen.

Teil VI: Der Top-Ten-Teil

Wie in den Büchern der ... für Dummies-Reihe üblich, enthält dieser Teil des Buches ein paar Top-Ten-Listen zu den unterschiedlichsten Themen wie beispielsweise grundlegende mathematische Konzepte und Zahlenmengen.

Symbole, die in diesem Buch verwendet werden

Im gesamten Buch verwende ich vier Symbole, die spezielle Informationen kennzeichnen:



Tipps sind hilfreiche Hinweise, die Ihnen eine schnelle und einfache Methode zeigen, etwas zu erledigen. Probieren Sie sie aus, insbesondere wenn Sie einen Mathematikkurs absolvieren wollen.

nachdem Sie das Buch geschlossen haben.

Warnungen kennzeichnen häufig vorkommende Fehler, die Sie vermeiden sollten. Versuchen Sie zu verstehen, worum es sich bei diesen Fallstricken handelt, sodass Sie vermeiden können, darauf hereinzufallen.

Dieses Symbol weist auf interessante Informationen hin, die Sie entweder lesen oder überblättern können – ganz wie Sie wollen.

Wie es weitergeht

Sie können dieses Buch auf unterschiedliche Weise nutzen. Wenn Sie es ohne unmittelbaren Zeitdruck, etwa aufgrund einer Prüfung oder einer Hausaufgabe, lesen, können Sie natürlich ganz vorn anfangen und bis zum Ende lesen. Der Vorteil bei dieser Methode ist, dass Sie erkennen, wie viel Mathematik Sie bereits *beherrschen* – die ersten paar Kapitel werden sehr schnell gehen. Sie werden sehr viel Selbstbewusstsein sammeln, ebenso