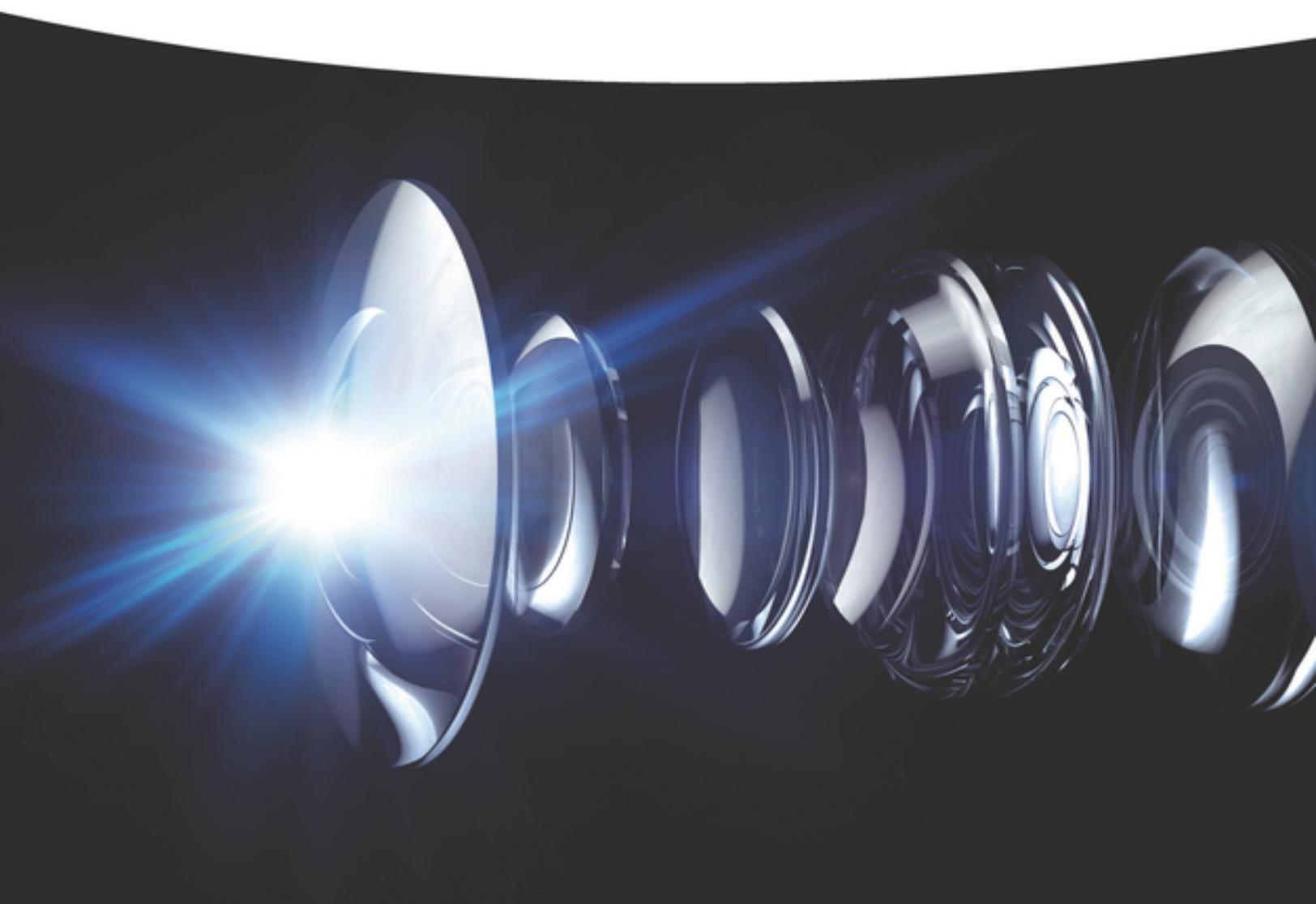


Friedhelm Kuypers

Physik in den Ingenieur- und Naturwissenschaften

Band 2: Elektrizität, Optik und Wellen

Vierte Auflage



Inhaltsverzeichnis

[Abdeckung](#)

[Titelblatt](#)

[Copyright-Seite](#)

[Vorwort](#)

[C Elektrizität](#)

[17 Elektrostatische Felder](#)

[17.1 Elektrische Ladung](#)

[17.2 Die Coulombkraft](#)

[17.3 Das elektrische Feld](#)

[17.4 Gaußscher Satz](#)

[17.5 Kopierer und Laserdrucker *](#)

[17.6 Noch einmal in Kürze](#)

[17.7 Aufgaben](#)

[18 Potential und Spannung](#)

[18.1 Elektrostatische Arbeit](#)

[18.2 Potential und Spannung](#)

[18.3 Influenz](#)

[18.4 Noch einmal in Kürze](#)

[18.5 Aufgaben](#)

[19 Kondensatoren](#)

[19.1 Kapazität der Plattenkondensatoren](#)

[19.2 Energiedichte elektrischer Felder](#)

[19.3 Dielektrika](#)

[19.4 Piezoelektrizität](#)

[19.5 Noch einmal in Kürze](#)

19.6 Aufgaben

20 Elektrischer Strom

20.1 Der elektrische Strom

20.2 Ohmsches Gesetz

20.3 Elektrische Leistung

20.4 RC-Gleichstromkreise

20.5 Noch einmal in Kürze

20.6 Aufgaben

21 Magnetfelder

21.1 Einführung

21.2 Das Biot-Savartsche Gesetz

21.3 Das Durchflutungsgesetz

21.4 Lorentzkraft

21.5 Drehmoment auf Leiterschleifen

21.6 Der Halleffekt

21.7 Supraleiter *

21.8 Noch einmal in Kürze

21.9 Aufgaben

22 Induktion

22.1 Das Faradaysche Induktionsgesetz

22.2 Lenzsche Regel

22.3 Wirbelströme

22.4 Induktivität

22.5 RL-Gleichstromkreise

22.6 Energiedichte magnetischer Felder

22.7 Noch einmal in Kürze

22.8 Aufgaben

23 Magnetismus in Materie

- [23.1 Magnetisierung](#)
- [23.2 Diamagnetismus *](#)
- [23.3 Paramagnetismus *](#)
- [23.4 Ferromagnetismus](#)
- [23.5 Magnetspeicher *](#)
- [23.6 Abschirmung von Feldern *](#)
- [23.7 Noch einmal in Kürze](#)
- [23.8 Aufgaben](#)

24 Wechselstromkreise

- [24.1 Wechselspannung an ohmschen Widerständen](#)
- [24.2 Wechselspannung an Spulen](#)
- [24.3 Wechselspannung an Kondensatoren](#)
- [24.4 Reelle Berechnungen *](#)
- [24.5 Komplexe Zahlen *](#)
- [24.6 Komplexe Widerstände](#)
- [24.7 Leistung in Wechselstromkreisen](#)
- [24.8 Transformator](#)
- [24.9 Drehstrom *](#)
- [24.10 Schutzrichtungen *](#)
- [24.11 Noch einmal in Kürze](#)
- [24.12 Aufgaben](#)

D Optik

25 Reflexion

- [25.1 Einführung](#)
- [25.2 Reflexionsgesetz](#)
- [25.3 Sphärische Spiegel](#)
- [25.4 Noch einmal in Kürze](#)

25.5 Aufgaben

26 Brechung

26.1 Brechungsgesetz

26.2 Totalreflexion und Lichtleiter

26.3 Dispersion

26.4 Dünne Linsen

26.5 Abbildungsfehler

26.6 Noch einmal in Kürze

26.7 Aufgaben

27 Optische Geräte

27.1 Das Auge

27.2 Die Lupe

27.3 Das Mikroskop

27.4 Das Fernrohr

27.5 Noch einmal in Kürze

27.6 Aufgaben

E Wellen

28 Einführung

28.1 Wellenfunktionen

28.2 Intensität harmonischer Wellen

28.3 Noch einmal in Kürze

28.4 Aufgaben

29 Stehende Wellen

29.1 Einleitung

29.2 Interferenz bei gleicher
Ausbreitungsrichtung

29.3 Stehende Wellen

29.4 Schwingungen idealer Saiten

[29.5 Noch einmal in Kürze](#)

[29.6 Aufgaben](#)

30 Interferenz

[30.1 Zweistrahlinterferenz](#)

[30.2 Vielstrahlinterferenz](#)

[30.3 Interferenz von Lichtwellen](#)

[30.4 Optische Weglänge *](#)

[30.5 Interferenz an dünnen Schichten](#)

[30.6 CD- und DVD-Spieler *](#)

[30.7 Laser *](#)

[30.8 Noch einmal in Kürze](#)

[30.9 Aufgaben](#)

31 Beugung

[31.1 Huygenssches Prinzip](#)

[31.2 Beugung am Einzelspalt](#)

[31.3 Beugung und Interferenz an Mehrfachspalten](#)

[31.4 Beugung an Lochblende](#)

[31.5 Noch einmal in Kürze](#)

[31.6 Aufgaben](#)

32 Polarisation

[32.1 Polarisator und Analysator](#)

[32.2 Polarisationsverfahren für Licht](#)

[32.3 Optische Aktivität und LCD-Bildschirme *](#)

[32.4 Noch einmal in Kürze](#)

[32.5 Aufgaben](#)

33 Akustik

[33.1 Schallpegel und Lautstärke](#)

[33.2 Nachhall](#)

[33.3 Schallschutz](#)

[33.4 Doppler-Effekt](#)

[33.5 Noch einmal in Kürze](#)

[33.6 Aufgaben](#)

Lösungen

[Lösungen: 17 Elektrostatische Felder](#)

[Lösungen: 18 Potential und Spannung](#)

[Lösungen: 19 Kondensatoren](#)

[Lösungen: 20 Elektrischer Strom](#)

[Lösungen: 21 Magnetfelder](#)

[Lösungen: 22 Induktion](#)

[Lösungen: 23 Magnetismus in Materie](#)

[Lösungen: 24 Wechselstromkreise](#)

[Lösungen: 25 Reflexion](#)

[Lösungen: 26 Brechung](#)

[Lösungen: 27 Optische Geräte](#)

[Lösungen: 28 Einführung](#)

[Lösungen: 29 Stehende Wellen](#)

[Lösungen: 30 Interferenz](#)

[Lösungen: 31 Beugung](#)

[Lösungen: 32 Polarisation](#)

[Lösungen: 33 Akustik](#)

Stichwortverzeichnis

Wiley End User License Agreement

Physik in den Ingenieur- und Naturwissenschaften

Band 2: Elektrizität, Optik und Wellen

Friedhelm Kuypers

4. Auflage



Autor**Prof. Dr. Friedhelm Kuypers**

Hedwig-Dransfeld-Weg 14

93055 Regensburg

Deutschland

Friedhelm.kuypers@oth-regensburg.de**Titelbild**Optisches Linsensystem; GettyImages / fpm

4. Auflage

Alle Bücher von Ernst & Sohn werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de/abrufbar>.

© 2023 Ernst & Sohn GmbH, Boschstr. 12, 69469
Weinheim, Germany.

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Print ISBN 978-3-527-41397-3**ePDF ISBN** 978-3-527-82962-0**ePub ISBN** 978-3-527-82963-7**Umschlaggestaltung** SCHULZ Grafik-Design, Fußgönheim**Satz** le-tex publishing services GmbH, Leipzig**Druck und Bindung**

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Vorwort

Dieses Buch ist der zweite Band des zweibändigen Werkes „Physik in den Ingenieur- und Naturwissenschaften“ und beschäftigt sich mit Elektrizität, Optik und Wellen.

Auch der zweite Band der **vierten Auflage** wurde gründlich und **vollständig überarbeitet**. Auch hier wurden weitere Aufgaben – mit Lösungen am Ende des Buches – eingeführt und natürlich Fehler korrigiert.

Ich wiederhole kurz einige Besonderheiten, die bereits im Vorwort des ersten Bandes genannt wurden:

- **96 Beispiele und 169 Aufgaben** werden ausführlich und sorgfältig in den Lehrstoff eingearbeitet. Beispiele und Aufgaben haben eine ganz *zentrale Bedeutung für die Lehre*. Einerseits verdeutlichen sie die Theorie und andererseits zeigen sie, wie sich *Erlerntes umsetzen und in der Praxis anwenden* lässt.
- **Stoffbeschränkung:** Im ganzen Buch soll das *Niveau möglichst einheitlich* sein. Auch der zweite Band beschränkt sich auf den Stoff, der *im Grundstudium beherrscht und erarbeitet werden kann*. Themen, die wegen ihrer Schwierigkeit nicht voll verstanden und daher auch nicht in Klausuren geprüft werden können, meide ich ganz bewusst. Sie treten höchstens in klein geschriebenen Bemerkungen oder Fußnoten kurz auf.

Sachverhalte werden oft von verschiedenen Seiten beleuchtet und Endergebnisse ausführlich diskutiert und interpretiert. Typische Fallen, Fehler und Missverständnisse werden immer wieder angesprochen.

- **Technische Anwendungen** kommen noch häufiger vor als im ersten Band. Kopierer und Laserdrucker, Magnetspeicher, Lichtleiter, CD- und DVD-Spieler, moderne LCD-Bildschirme, Laser werden sogar in eigenen Abschn. vorgestellt.

Der Leser findet ausführliche Antworten z. B. auf folgende Fragen: Warum laufen Schallwellen „um die Ecke“, Lichtwellen aber nicht? Wie entstehen die wundervollen Strukturfarben bei Schmetterlingen, Vögeln und Fischen? Wie wirkt der Strom auf den menschlichen Körper? Was ist Drehstrom und wie arbeiten Drehstrommotoren? Warum sollen Wechselstromkreise unbedingt komplex berechnet werden?

Abschließend möchte ich wieder allen danken, die bei der Fertigstellung des Buches geholfen haben. Prof. Dr. P. Bickel, Prof. Dr. P. Dato und Frau Dr. Lohner haben Teile des Manuskripts kritisch gelesen und Verbesserungsvorschläge gemacht. Für Diskussionen und Anregungen zur Elektrotechnik danke ich Prof. Dr. W. Floßmann. Prof. Dr. W. Scharf hat grundlegende Vorschläge zu Inhalt und Aufbau des Kapitels „33 Akustik“ gemacht. Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. B. Braun und Prof. Dr. A. Deutz für zahllose Gespräche und für ihre ständige Bereitschaft, über Probleme der Didaktik und Physik zu diskutieren. Prof. Dr. B. Braun hat mir eine sehr nützliche Liste mit Fehlern und Verbesserungsvorschlägen geschickt.

Allen Lesern, die durch Anregungen, Bemerkungen oder auch durch Fragen zur Verbesserung des Buches beitragen, bin ich auch weiterhin sehr dankbar. Meine E-MailAdresse lautet:

friedhelm.kuypers@oth-regensburg.de

Regensburg, im August 2022

Friedhelm Kuypers

C

Elektrizität

17

Elektrostatische Felder

Die Elektrostatik befasst sich mit ruhenden (statischen) Ladungen. Die Kraftwirkung zwischen Ladungen wird durch elektrische Felder beschrieben.

17.1 Elektrische Ladung

*In der Mechanik gibt es die drei unabhängigen Grundgrößen Masse, Länge und Zeit mit den Einheiten Kilogramm, Meter und Sekunde. Alle anderen Größen wie z. B. Geschwindigkeit oder Kraft werden aus diesen Größen abgeleitet (siehe Abschn. 1.2). In der Elektrodynamik wird eine weitere, vierte Grundgröße benötigt: Die elektrische Ladung mit der **Einheit Coulomb** oder aber die Stromstärke mit der **Einheit Ampere**. Die kleinste Ladungsmenge (außerhalb der Elementarteilchenphysik) ist die sog. Elementarladung e_0 . Protonen haben die Ladung $+e_0$, Elektronen die Ladung $-e_0$.¹*

Nach einem Beschluss der 26sten Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat die **Elementarladung** (Protonenladung e_0) seit dem 20.Mai.2020 den *fest fixierten und zukünftig unveränderlichen Wert*

$$e_0 = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C (exakt)} \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (17.1-1)$$

Ich betone nochmals: Zukünftig hat die Elementarladung einen exakt vereinbarten Wert und keine Unsicherheit. *Die Festlegung der Elementarladung definiert auch die Ladungseinheit Coulomb universell und unveränderlich.*

Eine Ladung der Größe -1C enthält $10^{19} / 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$ Elektronen.

Fließende Ladungen erzeugen elektrische Ströme. Die mittlere Stromstärke wird definiert als

$$I_m := \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Damit ist die Einheit Ampere (abgekürzt 'A') der Stromstärke wie folgt festgelegt:

$$1 \text{ Ampere} := \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Sekunde}} \quad \text{oder abgekürzt} \quad 1 \text{ A} := \frac{1 \text{ C}}{\text{s}}$$

Die momentane Stromstärke ist die mittlere Stromstärke im Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$:

$$I(t) := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(t+\Delta t) - Q(t)}{\Delta t} = \dot{Q}(t) \quad (17.1-2)$$

Dabei ist $Q(t)$ die Ladung, die bis zur Zeit t geflossen ist. Die Stromstärke wird also mit der Elementarladung e_0 definiert. *Bei einer Stromstärke von 1A fließen an einer festen Stelle des Leiters pro Sekunde etwa $1/(1,602 \cdot 10^{-19}) \approx 6,25 \cdot 10^{18}$ Elektronen vorbei.*

Bemerkung: Auch in der Mechanik werden die momentanen Größen Geschwindigkeit $v(t)$, Beschleunigung $a(t)$ und Leistung $P(t)$ durch den Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ aus mittleren Größen abgeleitet.

Experimentell wurden folgende Aussagen für elektrische Ladungen gefunden:

- Es gibt positive und negative elektrische Ladungen. Willkürlich wurde das Vorzeichen der Elektronenladung als negativ festgesetzt. Ladungen mit gleichem (verschiedenen) Vorzeichen stoßen sich ab (ziehen sich

an). Im Gegensatz zur Gravitationskraft, die nur anziehend ist, gibt es hier also anziehende und abstoßende Kräfte.

- Ein Elektron hat die Ladung $-e_0$, ein Proton die Ladung e_0 . *Alle Ladungen Q sind stets ganzzahlige Vielfache der Elementarladung:*

$$Q = k e_0 \quad \text{mit } k = 0, \pm 1, \pm 3, \dots$$

- In abgeschlossenen Systemen, d. h. in Systemen, denen weder Ladungen zugeführt noch entzogen werden, ist die Summe aller Ladungen konstant:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \text{const} \quad \text{in abgeschlossenen Systemen}$$

Der **Ladungserhaltungssatz** ist vor allem in der Elementarteilchenphysik wichtig.

17.2 Die Coulombkraft

Die elektrische Ladung eines Körpers wird durch die Kräfte nachgewiesen, die andere geladene Körper auf ihn ausüben.² Wir betrachten in [Abb. 17.2-1](#) zwei Ladungen Q_0 , Q_1 mit den Ortsvektoren \mathbf{r}_0 , \mathbf{r}_1 . Die Ladungen seien punktförmig, d. h. ihre Ausdehnungen seien viel kleiner als ihr Abstand. In Experimenten ermittelte der französische Physiker Charles A. Coulomb gegen Ende des 18ten Jahrhunderts, dass die elektrostatische Kraft zwischen ruhenden Ladungen

- proportional zum Produkt $Q_0 Q_1$ der beiden Ladungen ist.
- indirekt proportional zum Quadrat $(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^2$ des Abstandes ist.

- parallel zur Verbindungslinie der beiden Ladungen ist.

1785 stellte Coulomb das **Coulombsche Gesetz** auf; es beschreibt die **Coulombkraft**, die die Ladung Q_1 auf die Ladung Q_0 ausübt:

$$\mathbf{F}_{01} = k \frac{Q_0 Q_1}{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^2} \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|}$$

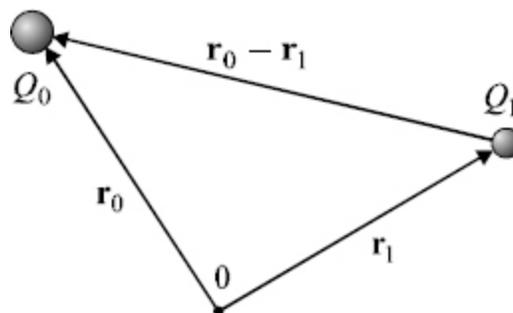


Abb. 17.2-1 Die Coulombkraft zwischen beiden Ladungen ist proportional zum Produkt $Q_0 Q_1$ der Ladungen und indirekt proportional zum Quadrat der Entfernung.

Für spätere Rechnungen ist es vorteilhaft, die Konstante k in der Form $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ zu schreiben. Dann lautet die Coulombkraft der Punktladung Q_1 auf die Punktladung Q_0 ³:

$$\mathbf{F}_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0 Q_1}{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)^2} \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|} \quad (17.2-1)$$

ϵ_0 heißt **elektrische Feldkonstante** oder **Dielektrizitätskonstante des Vakuums** oder Influenzkonstante und hat nach den Experimenten den Wert⁴

In der Quantenmechanik beschreiben die Coulombkräfte die Bindung der Elektronen an den Atomkern, die Wechselwirkung zwischen Atomen und Molekülen und

schließlich auch die zwischenatomaren Kräfte in Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen.

Das Coulombgesetz ([17.2-1](#)) hat die gleiche Form wie das Gravitationsgesetz, das die Anziehungskraft zwischen zwei Massen beschreibt:

$$F_{01} = -\gamma \frac{m_0 m_1}{(r_0 - r_1)^2} \frac{r_0 - r_1}{|r_0 - r_1|} \quad \text{mit der Gravitationskonstanten} \quad \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Der einzige Unterschied besteht darin, dass es nur *positive* Massen und *anziehende* Gravitationskräfte gibt.

Da Coulombkräfte und Gravitationskräfte beide indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes sind, hängt ihr Verhältnis nicht vom Abstand ab. Das Verhältnis der beiden Kräfte ist für Protonen mit $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$\frac{F_C}{F_G} = \frac{8,988 \cdot 10^9 \text{ Nm/C}^2 \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot (1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2} \approx 1,24 \cdot 10^{36}$$

Übrigens: Atomkerne sind trotz der abstoßenden Coulombkräfte zwischen den Protonen stabil, weil Protonen und Neutronen durch die „Starke Wechselwirkung“ zusammengehalten werden, auf die ich nicht weiter eingehe.

Beispiel 17.2-1 Pendel im Gleichgewicht

Zwei kleine Metallkugeln mit Masse m und Ladung Q hängen an Fäden der Länge l im selben Punkt an der Decke (siehe [Abb. 17.2-2](#)).

Berechne die Entfernung d der Kugeln im Gleichgewicht für $d \ll l$.

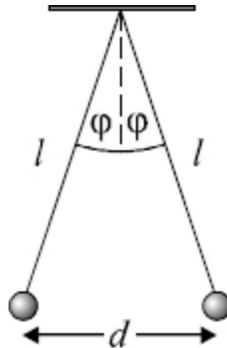


Abb. 17.2-2 Die Coulombkraft drückt die Pendel auseinander.

Lösung:

Wir betrachten die rechte Kugel in [Abb. 17.2-3](#). Auf die Kugel wirken die Gewichtskraft $m\mathbf{g}$ und die Coulombkraft \mathbf{F}_C . Das rechte Pendel ist genau dann im Gleichgewicht, wenn sein Faden parallel ist zur resultierenden Kraft $m\mathbf{g} + \mathbf{F}_C$, also für

$$\varphi = \alpha \Rightarrow \sin \varphi = \sin \alpha \approx \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{d}{2l} \approx \frac{F_C}{mg} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2} \frac{1}{mg}$$

$$\Rightarrow d \approx \left(\frac{Q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

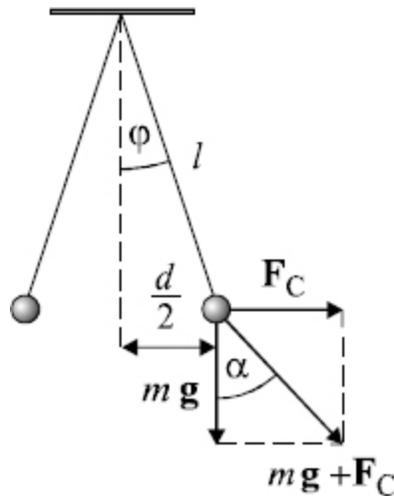


Abb. 17.2-3 Auf die Pendelmasse wirken die Gewichtskraft $m \mathbf{g}$ und die Coulombkraft \mathbf{F}_C .

17.3 Das elektrische Feld

Das Coulombgesetz kann leicht auf mehrere ruhende Ladungen verallgemeinert werden (siehe [Abb. 17.3-1](#)): n Punktladungen Q_i mit den Ortsvektoren \mathbf{r}_i (und auch n kugelsymmetrische Ladungsverteilungen mit den Ortsvektoren \mathbf{r}_i ihrer Ladungsmittelpunkte) üben insgesamt auf eine Punktladung q an der Stelle \mathbf{r} die Kraft

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{qQ_i}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|} \quad (17.3-1)$$

aus. Die gesamte Coulombkraft ist also einfach die Vektorsumme der n einzelnen Coulombkräfte; es gilt das **Superpositionsprinzip**.

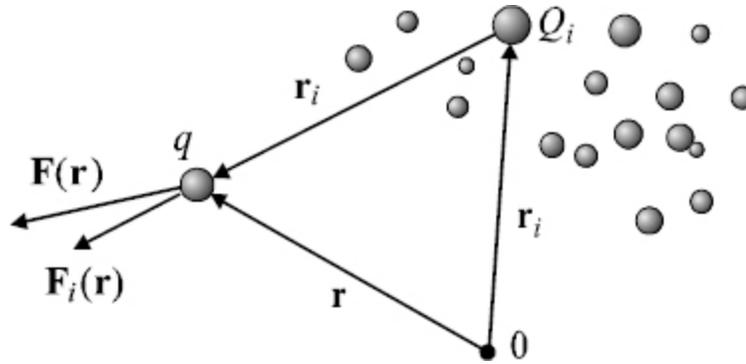


Abb. 17.3-1 Die gesamte Kraft aller Punktladungen Q_i auf die Ladung q ist die Vektorsumme der n Einzelkräfte der i -ten Ladung auf die Ladung q .

Die Kraft \mathbf{F} ist proportional zur Probeladung q und kann wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (17.3-2)$$

Diese Gl. definiert eine neue physikalische Größe, das **elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$** .

n Ladungen Q_i mit Ortsvektoren \mathbf{r}_i erzeugen am Ort \mathbf{r} das elektrische Feld:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) := \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|} \quad (17.3-3)$$

Nach dieser Definition ist das elektrische Feld am Ort \mathbf{r} die Kraft auf eine Probeladung q , die sich am Ort \mathbf{r} befindet, dividiert durch q .

Die Einheit des elektrischen Feldes⁵ ist N/C. Mit der später eingeführten Einheit 'Volt' (der Spannung) lautet die Einheit V/m :

$$\text{Einheit des elektrischen Feldes : } \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad (17.3-4)$$

Das elektrische Feld, das die Ladungen Q_i erzeugen, ist unabhängig von der Probeladung q und hängt nur von der Verteilung und der Größe der Ladungen Q_i ab. Nach dem Superpositionsprinzip überlagern sich die elektrischen Felder mehrerer Ladungen linear. Das elektrische Feld einer positiven (negativen) Punktladung zeigt radial nach außen (innen).

Nach Gl. (17.3-5) lassen sich elektrische Felder durch Kräfte auf Probeladungen messen.

Dabei muss die Probeladung q so klein sein, dass sie die Verteilung der Ladungen Q_i , d. h. die Ortsvektoren \mathbf{r}_i durch rückwirkende Kräfte nicht (wesentlich) ändert. Andernfalls würde sich das zu messende Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ bei der Messung ändern.

Beispiel 17.3-1 Feldstärke im Fernfeld eines Dipols

Ein **Dipol** besteht aus zwei entgegengesetzt gleichen Ladungen mit dem Abstand $2d$. Betrachte einen Dipol, dessen Ladungen übereinander liegen und berechne das elektrische Feld im Punkt P, der im Fernfeld ($r \gg d$) auf einer horizontalen Gerade liegt, die die Verbindungslinie beider Ladungen in der Mitte senkrecht schneidet.

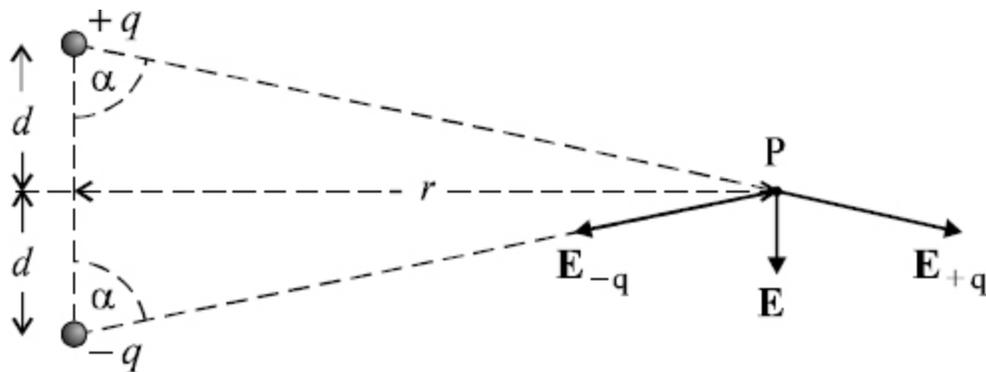


Abb. 17.3-2 Dipol mit elektrischen Feldern im Fernpunkt P. Es gelte: $q > 0$

Lösung:

Im Punkt P sind die Beträge der beiden elektrischen Felder, die von den beiden Ladungen erzeugt werden, gleich groß und lauten

$$E_{+q} = E_{-q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + d^2}$$

Die horizontalen Komponenten der beiden Vektorfelder \mathbf{E}_{+q} , \mathbf{E}_{-q} heben sich nach [Abb. 17.3-2](#) gegenseitig auf; die vertikalen Komponenten haben dieselbe Richtung und addieren sich daher. Die Summe \mathbf{E} der beiden Vektorfelder \mathbf{E}_{+q} , \mathbf{E}_{-q} ist vertikal und hat den Betrag

(17.3-6a)

$$E = 2E_{+q} \cos \alpha = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + d^2} \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} =$$

$$= \frac{2dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(r^2 + d^2)^{3/2}}$$

(exakt auch im Nahfeld)

(17.3-6b)

$$\Rightarrow E \underset{\substack{\approx \\ \uparrow \\ \text{nur für } r \gg d}}}{\approx} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2dq}{r^3}$$

(nur im Fernfeld)

Der Ladungsabstand $2d$ und die Ladung q treten im Fernfeld nur als Produkt auf. Da dieses Ergebnis für alle Punkte im Fernfeld gilt (also auch für Punkte, die nicht auf der gestrichelten, horizontalen Achse in [Abb. 17.3-2](#) liegen), können die Ladung q und der Abstand $2d$ im Fernfeld nicht einzeln gemessen werden, sondern nur das sog. **elektrische Dipolmoment**

$$p := 2dq \quad (17.3-7)$$

Der rasche Abfall des Feldes mit r^{-3} ist darauf zurückzuführen, dass die zwei Ladungen mit wachsendem Abstand r - relativ gesehen - immer näher „zusammenrücken“, so dass ihre Felder nicht nur immer schwächer werden, sondern sich auch immer mehr gegeneinander aufheben.

Wenn in einem Volumen V nicht einzelne Ladungen Q_i , sondern eine kontinuierliche Ladungsverteilung mit der **Ladungsdichte**

$$\rho(\mathbf{r}) := \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} \quad \text{an der Stelle } \mathbf{r} \quad (17.3-8)$$

vorliegt, dann lautet das elektrische Feld an der Stelle \mathbf{r} :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \quad (17.3-9)$$

Beispiel 17.3-2 Feldstärke auf der Symmetrieachse einer geladenen Scheibe

a) Berechne das elektrische Feld $\mathbf{E}(x)$ in einem Punkt P auf der Symmetrieachse eines homogen geladenen, dünnen Ringes mit Radius r_{Ring} und positiver Gesamtladung Q (siehe [Abb. 17.3-3](#)).

b) Berechne das Feld $\mathbf{E}(x)$ auf der Symmetrieachse einer Scheibe mit Radius r_{Scheibe} , positiver Gesamtladung Q und konstanter Flächenladungsdichte

$$\sigma := Q / (\pi r_{\text{Scheibe}}^2).$$

c) Untersuche die Grenzfälle $x \gg r_{\text{Scheibe}}$ und $x \ll r_{\text{Scheibe}}$.

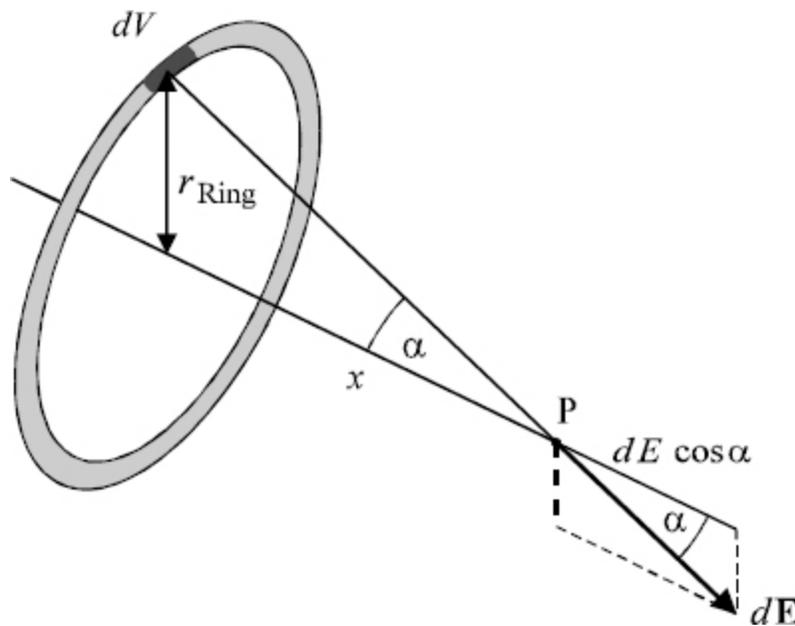


Abb. 17.3-3 Das dunkle Ringelement dV erzeugt auf der Symmetrieachse das Feld $d\mathbf{E}$.

Lösung:

a) Aus Symmetriegründen ist das elektrische Feld \mathbf{E} auf der x-Achse parallel zur x-Achse.

Das dunkle Volumenelement dV in Abb. 17.3–3 erzeugt auf der Symmetrieachse im Punkt P ein Feld mit dem

Betrag

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r_{\text{Ring}}^2 + x^2}$$

Bei der Integration über alle Volumenelemente bleibt aus Symmetriegründen nur die x-Komponente des elektrischen Feldes übrig. Daher interessieren wir uns nur für

$$\begin{aligned} dE_x &= dE \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r_{\text{Ring}}^2 + x^2} \frac{x}{\sqrt{r_{\text{Ring}}^2 + x^2}} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(r_{\text{Ring}}^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Bei der Integration über alle Volumenelemente ist x konstant, so dass nur das Integral $\int dQ = Q$ zu berechnen ist. Wir erhalten

$$E_{\text{Ring}}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x Q}{(r_{\text{Ring}}^2 + x^2)^{3/2}} \quad (17.3-10)$$

Für $x \gg r_{\text{Ring}}$, also im Fernfeld folgt das plausible Ergebnis: $E_{\text{Ring}}(x) \approx Q / (4\pi\epsilon_0 x^2)$

b) Wir nehmen an, dass die Scheibe aus vielen konzentrischen Ringen besteht – jeweils mit Radius r , infinitesimaler Ringdicke dr und infinitesimaler Fläche $dA = 2\pi r dr$. Nach Gl. (17.3–10) erzeugen diese Ringe auf der Symmetrieachse Felder der Stärke

$$dE_{\text{Ring}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \stackrel{dQ = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr}{=} \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Integration über alle Ringe ergibt das gesamte elektrische Feld

(17.3-11)

$$E_{\text{Scheibe}}(x) = \frac{\sigma x}{2 \varepsilon_0} \int_0^{r_{\text{Scheibe}}} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = -\frac{\sigma x}{2 \varepsilon_0} \left[(r^2 + x^2)^{-1/2} \right]_0^{r_{\text{Scheibe}}} =$$

$$= \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (r_{\text{Scheibe}}/x)^2}} \right]$$

c) Für $x \gg r$ erhalten wir mit der Taylorentwicklung $(1 + \varepsilon)^{-1/2} \approx 1 - \varepsilon/2$ das Feld

$$E_{\text{Scheibe}}(x) \underset{x \gg r_{\text{Scheibe}}}{\approx} \frac{\sigma}{4 \varepsilon_0} \frac{r_{\text{Scheibe}}^2}{x^2} \stackrel{\sigma = Q / (\pi r_{\text{Scheibe}}^2)}{=} \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

Wie erwartet erhalten wir in großer Entfernung das Feld einer Punktladung Q .

Für $r_{\text{Scheibe}} \rightarrow \infty$, also für unendlich große Scheiben erhalten wir ein konstantes Feld:

(17.3-12)

$$E_{\text{Scheibe}}(x) \underset{x \ll r_{\text{Scheibe}}}{\approx} \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} \quad \text{für homogen geladene, unendlich ausgedehnte Platten}$$

(Siehe auch Beispiel ([17.4-5](#).)

Das Vektorfeld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ kann (wie auch jedes andere Vektorfeld) auf zwei Arten graphisch dargestellt werden:

- Man zeichnet an einigen ausgewählten Stellen \mathbf{r}_i den Vektor $\mathbf{E}(\mathbf{r}_i)$ auf (siehe [Abb. 17.3-4a](#)). Die Länge der gezeichneten Pfeile ist proportional zur Feldstärke.

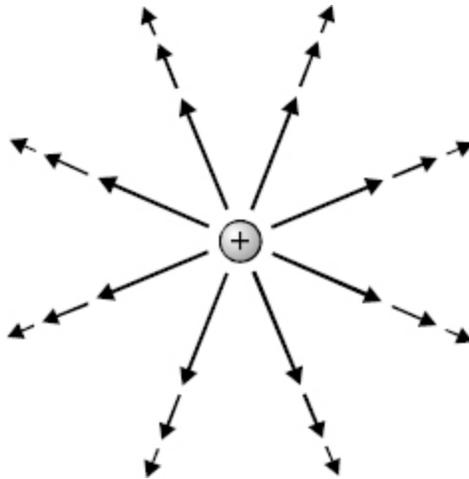


Abb. 17.3-4a Die elektrische Feldstärke einer Punktladung wird an einigen Stellen gezeichnet.

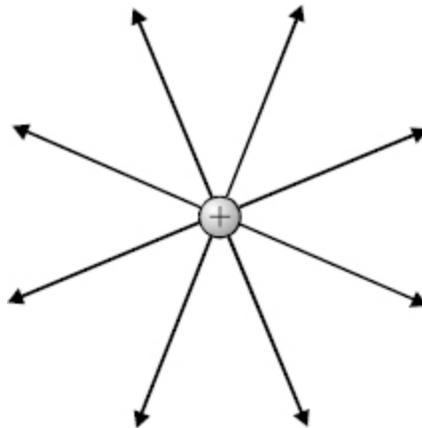


Abb. 17.3-4b Feldlinien einer positiven Punktladung.

- Man zeichnet die sog. **Feldlinien**, die wie folgt definiert sind: *Die Tangenten der Feldlinien haben überall die Richtung der elektrischen Feldstärke. Die Feldlinien zeigen in die Richtung der Kraft auf eine positive Ladung.* Die Dichte der Feldlinien im Raum – nicht in der Ebene – ist proportional zur Feldstärke. *Elektrische Feldlinien beginnen bei einer positiven Ladung und enden bei einer negativen Ladung.* Elektrische Feldlinien schneiden sich nicht.

In gleicher Weise werden in Abschn. „8.1 Grundlagen der Strömungslehre“ die Stromlinien definiert: Die Tangenten der Stromlinien haben die augenblickliche Richtung der Strömungsgeschwindigkeit. Nach der Kontinuitätsgl. wächst die Dichte der Stromlinien mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit.

Bedenke: Feldlinien sind nur *gemalte und gedachte Linien*, die lediglich die Kräfte auf positive Probekörper illustrieren sollen. Feldlinien kommt keine direkte physikalische Realität zu.

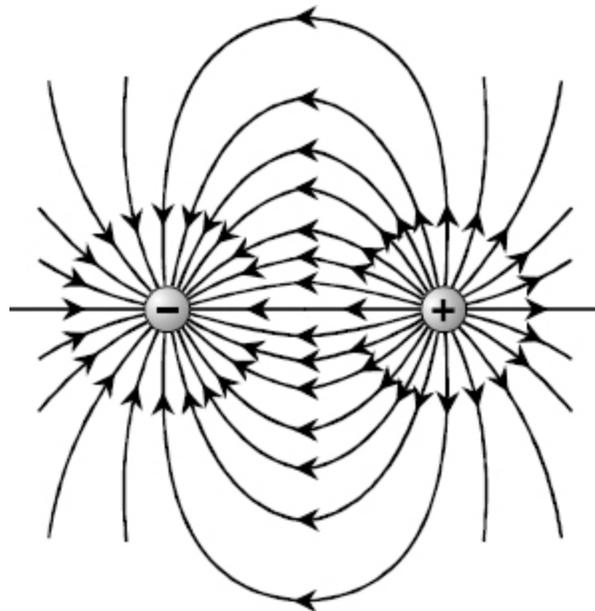


Abb. 17.3-5a Feldlinien eines Dipols. Ihre Tangenten haben überall die Richtung der Feldstärke.