Vom Zählstein zum Computer

Herausgegeben von
H.-W. Alten · A. Djafari Naini · H. Wesemüller-Kock
Institut für Mathematik und Angewandte Informatik
Zentrum für Fernstudium und Weiterbildung
Universität Hildesheim

In der Reihe „Vom Zählstein zum Computer"
sind bisher erschienen:

4000 Jahre Algebra
Alten, Djafari Naini, Folkerts, Schlosser, Schlote, Wußing
ISBN 978-3-540-43554-9

5000 Jahre Geometrie
Scriba, Schreiber
ISBN 978-3-540-22471-6

Überblick und Biographien,
Hans Wußing et al. ISBN 978-3-88120-275-6
Vom Zählstein zum Computer – Altertum (Videofilm),
H. Wesemüller-Kock und A. Gottwald ISBN 978-3-88120-236-7
Vom Zählstein zum Computer – Mittelalter (Videofilm),
H. Wesemüller-Kock und A. Gottwald

Hans Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise – 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton

Unter Mitwirkung von Heinz-Wilhelm Alten und Heiko Wesemüller-Kock

Mit 305 Abbildungen, davon 161 in Farbe

Springer

Professor Dr. Hans Wußing
Sächsische Akademie der Wissenschaften zu Leipzig
Karl-Tauchnitz-Str. 1
04107 Leipzig

ISBN 978-3-540-77189-0 e-ISBN 978-3-540-77192-0

DOI 10.1007/978-3-540-77192-0

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2000): 01-99, 01A05

Einbandgestaltung: deblik, Berlin
Herstellung: LE-TEX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Satz: Sylvia Voß und Mark Kaldewey, Hildesheim;
LE-TEX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier

9 8 7 6 5 4 3 2 1

springer.com

Für meine liebe Frau Gerlinde
mit herzlichem Dank für Rat und Tat

Vorwort des Herausgebers

Als der Springer Verlag an mich vor 6 Jahren mit dem Vorschlag herantrat, in der Reihe „Vom Zählstein zum Computer“ neben Bänden zur Geschichte der Mathematik in Teilgebieten wie „5000 Jahre Geometrie“ und „4000 Jahre Algebra“ auch eine stark kulturhistorisch unterlegte Gesamtgeschichte der Mathematik herauszubringen – da war mein erster Gedanke: Hans Wußing! Der international bekannte Mathematikhistoriker in Leipzig musste für diese Aufgabe gewonnen werden, hatte er doch in unserem ersten Band „Überblick und Biographien“ bereits eine kurzgefasste Übersicht gegeben und bewiesen, dass er als Angehöriger der älteren Generation einen Überblick und umfassende Kenntnis über die Entwicklung der Mathematik seit ihren Anfängen hat wie kaum ein jüngerer und zur Karriere auf Spezialisierung angewiesener Kollege.

Nach einigem Zögern hat Prof. Wußing die Aufgabe mit dem Hinweis übernommen: „Dieses Buch soll einem breiten Leserkreis einen Überblick über die Entwicklung der Mathematik von ihren Anfängen bis zum heutigen Stand vor dem Hintergrund der kulturgeschichtlichen Entwicklung der Menschheit geben.“

Diesem Anspruch ist Hans Wußing in besonderem Maße gerecht geworden. Er hat die Entstehung und Entwicklung mathematischer Begriffe, Symbole und Methoden in lebendiger Schilderung verflochten mit den historischen Ereignissen, mit den persönlichen Schicksalen der Gelehrten und den kulturellen Entwicklungen in Musik, Architektur, Bildender Kunst, Religion, Medizin, Naturwissenschaften und anderen Bereichen. Eindrucksvoll beschreibt er die Anstöße und Hintergründe für die Einführung neuer Begriffe, für die Entdeckung von Zusammenhängen und die Entstehung neuer Theorien, deren Anwendung in anderen Disziplinen und Wechselwirkungen mit ihnen. Das alles in den verschiedenen Epochen, Regionen und Kulturkreisen der Geschichte und weit über das in mathemathematikhistorischen Darstellungen übliche Maß hinaus – kurzum: eine Kulturgeschichte der Mathematik.

Natürlich können in einer auf einen Band angelegten Darstellung der Mathematikgeschichte nicht alle Schritte und Einzelheiten der Entwicklung in gleicher Ausführlichkeit behandelt werden – das würde angesichts der Fülle des Materials eine ganze Enzyklopädie erfordern. Der Autor musste den „Mut zur Lücke“ haben. Er hat ihn gehabt und eine Auswahl getroffen, die zwangsläufig subjektiv ist.

Dennoch: Als wir die vorgesehenen Abbildungen in den Text einfügten, stellte sich heraus, dass der Umfang eines Bandes gesprengt würde. So haben wir das Werk in zwei Teile zerlegt, von denen hiermit der erste Band vorgelegt wird. In ihm wird die Kulturgeschichte der Mathematik von den Anfängen bis ins 17. Jahrhundert dargestellt. Apropos: Anfänge!

Wann und womit hat eigentlich Mathematik begonnen? Mit Zählen und mit Zahlen als Kerben auf Knochen und Steinen oder mit Ornamenten auf Tonscherben aus grauer Vorzeit? Oder erst mit elementarem Rechnen vor etwa 10 000 Jahren, als Jäger und Sammler von Nomaden zu Ackerbauern wurden, feste Siedlungen entstanden, Handel und Warenaustausch einfache Rechnungen erforderten? Oder soll (kann) man von Mathematik erst sprechen seit sich ihr markanter Wesenszug ausprägte – die Bildung abstrakter mathematischer Begriffe und die Herstellung von Beziehungen zwischen ihnen? Das geschah vor ca. 6000 Jahren, als sich mathematisches Denken in diesem Sinne im 4. Jahrtausend v. Chr. in den Hochkulturen der großen Stromtäler, Chinas, Indiens, Mesopotamiens und Ägyptens entwickelte. So haben wir „6000 Jahre Mathematik“ als Titel des Werkes gewählt.

In einem spannungsreichen Bogen führt die kulturgeschichtliche Zeitreise von den Anfängen mit Zählen, Zahlen und Figuren durch die Jahrtausende ihrer Entwicklung bis zu der im zweiten Band beschriebenen globalen Ausbreitung der Mathematik im 20. Jahrhundert und der kaum noch überschaubaren Fülle der Ergebnisse unserer Tage.

Auch die verschiedenen Aspekte der relativ jungen und in rascher Entwicklung betroffenen Ethnomathematik haben Eingang in das Werk gefunden. Dabei zeigt sich, dass die übliche chronologische Darstellung wegen der zeitlich versetzten Entwicklung in den verschiedenen Kulturkreisen oft nur schwer oder gar nicht möglich ist. Deshalb folgt zunächst ein Abschnitt über die in langen Zeiträumen unabhängig von anderen Kulturkreisen entstandene Mathematik in den präkolumbianischen Kulturen Mittel- und Südamerikas mit der überraschenden Feststellung, dass die Maya bereits vor vielen Jahrhunderten einen Kalender benutzten, der genauer als der noch heute bei uns gültige Gregorianische ist.

Im zweiten Kapitel wird die Entwicklung der Mathematik in China und Indien bis zum 16. Jahrhundert, in Japan bis zu seiner „Öffnung“ im 19. Jahrhundert dargestellt. Erst dann wird die große Entwicklungslinie aufgegriffen, die von der Frühzeit der Mathematik in Mesopotamien und Ägypten über ihre Etablierung als Wissenschaft bei den Griechen, die Weiterentwicklung und den Transfer des antiken Erbes durch die Perser und Araber ins mittelalterliche Europa und die beginnende Renaissance führt. Im letzten Kapitel dieses Bandes wird der Aufbruch zu neuen Ufern während der Wissenschaftlichen Revolution vom ausgehenden 16. bis zum Beginn des 18. Jahrhunderts beschrieben: der Wandel der Algebra zur selbständigen Disziplin, die Anfänge der analytischen Geometrie bei Descartes, die Probleme der Zahlentheorie bei Fermat, der Bau der ersten Rechenmaschinen, die Frühgeschichte der Infinitesimalmathematik und ihre Ausprägung durch die beiden großen Geister des 17. Jahrhunderts – in der Fluxionsrechnung des genialen Newton und dem Calculus des Universalgelehrten Leibniz.

Jedem Kapitel ist eine Tabelle vorangestellt, die einen Überblick über wichtige politische und kulturelle Ereignisse der jeweils behandelten Epoche bzw. Kultur vermittelt. Im ersten Abschnitt jedes Kapitels werden diese tabellarischen Angaben, ihre Zusammenhänge und die Auswirkungen auf die Entwicklung von Kunst und Wissenschaft näher beschrieben. Diese Darstellung bildet den Rahmen für die in den folgenden Abschnitten behandelte Entwicklung der Mathematik, ihrer Inhalte, Methoden und Ergebnisse, eingebettet in die Verhältnisse und Lebensumstände der schöpferischen Menschen, denen all dies zu danken ist. In einer Tabelle am Schluss des Kapitels sind die wesentlichen Inhalte und Ergebnisse der darin entwickelten Mathematik zusammengefasst.

Die lebendige Darstellung wird durch viele Abbildungen unterstützt: Farbige Fotos illustrieren den kulturellen und historischen Hintergrund, Briefmarken aus aller Welt spiegeln die Wertschätzung der Gelehrten und ihrer Werke in den verschiedenen Ländern und Regionen, schwarz-weiß gezeichnete Figuren erläutern mathematische Zusammenhänge.

Für einige Abbildungen in diesem Buch ist es uns nicht gelungen, die Rechtsinhaber zu ermitteln bzw. unsere Anfragen blieben unbeantwortet. Betroffene und Personen, die zur Klärung in einzelnen Fällen beitragen können, werden gebeten, sich beim Verlag zu melden.

Die Bildseiten mit den Porträts herausragender Mathematiker der jeweiligen Periode und die Karten entwarf und gestaltete der Medienwissenschaftler und Mitherausgeber Heiko Wesemüller-Kock. Von ihm stammen auch einige Beiträge und Anregungen zum Text sowie die graphische Gestaltung – das Layout sagt man heute – des gesamten Bandes. Dafür sage ich ihm herzlichen Dank.

In äußerst mühevoller und sorgfältiger Arbeit hat Herr Wesemüller-Kock – unterstützt von Frau Anne Gottwald – die als Vorlagen gelieferten Fotos, Dias, Skizzen und Strichzeichnungen, Seiten und Titelblätter alter Werke mit dem Computer zu druckfertigen Vorlagen bearbeitet, insbesondere auch die vom Autor Hans Wußing aus seiner umfangreichen Sammlung gelieferten Briefmarken. Dafür sei beiden besonders herzlich gedankt.

Für die Umsetzung der Manuskripte in druckfertige Vorlagen auf dem Computer danke ich den Mitarbeiterinnen im Institut für Mathematik und Angewandte Informatik Bettina David, Martina Rosemeyer und Tanja Seifert sowie den Studentinnen Daniela Baehr und Sylvia Voß und dem wissenschaftlichen Mitarbeiter Mark Kaldewey.

Mein besonderer Dank gilt den Kollegen Folkerts, Kahle, Purkert, Ullrich und Sonar für die kritische Durchsicht der Texte und ihre Anregungen zu Ergänzungen und Modifikationen, den Kollegen Djafari-Naini und Kunitzsch für Anmerkungen und Korrekturen zum Kap. Mathematik in den Ländern des Islam.

Sehr herzlich danke ich vor allem dem Autor Hans Wußing für seinen intensiven Einsatz, für sein Eingehen auf meine Anregungen und die Akzeptanz meiner Vorschläge und Beiträge zur Ergänzung der Texte und Abbildungen.

Für die finanzielle Unterstützung des Projekts danke ich dem Direktor des Instituts für Mathematik und Angewandte Informatik, Prof. Dr. Förster und dem Leiter des Zentrums für Fernstudien und Weiterbildung, Prof. Dr. Wagner.

Dem Springer-Verlag Heidelberg und dem hierfür verantwortlichen Redakteur, Herrn C. Heine, danke ich für das Eingehen auf meine Wünsche und die hervorragende Ausstattung dieses Buches, Frau Köhler für die Unterstützung bei der Umsetzung in die TEX-Version.

Möge dieser Band einen breiten Leserkreis erreichen und dazu beitragen, möglichst vielen Schülern und Studenten die Scheu oder gar Angst vor der Mathematik zu nehmen, darüber hinaus vielen Menschen Einblick in die enge Verflechtung der oft als trocken und schwer verständlich geltenden Mathematik mit anderen Wissenschaften, mit menschlichen Schicksalen und mit der Entwicklung der Kultur in sechs Jahrtausenden auf unserer Erde geben.

Hildesheim, im Januar 2008

Im Namen der Herausgeber
Heinz-Wilhelm Alten

Hinweise für den Leser

Runde Klammern enthalten ergänzende Einschübe oder Hinweise auf Abbildungen, in Zitaten markieren sie Auslassungen.
Eckige Klammern enthalten

- im laufenden Text Hinweise auf Literatur
- unter Abbildungen Quellenangaben.

Abbildungen sind nach Teilkapiteln nummeriert, z. B. bedeutet Abb. 4.1.4 die vierte Abbildung in Abschnitt 4.1 von Kapitel 4.

Die Transskriptionen chinesischer bzw. indischer Namen und Begriffe erfolgten entsprechend [Martzloff 1997] bzw. [Tropfke 1980]. Die Schreibweise von Namen und Werken islamischer Gelehrter entspricht der wissenschaftlichen Transskription aus dem Arabischen. Eine der deutschen Aussprache entsprechende Transskription ist oft in Klammern angefügt.

Die Originaltitel von Büchern und Zeitschriften sind kursiv wiedergegeben, wörtliche Zitate kursiv mit Anführungszeichen. In einigen Fällen folgen für den interessierten Leser Hinweise auf weiterführende Literatur bzw. auf Erläuterungen eines nur verknappt dargestellten Sachverhaltes mit Verweisen wie (vgl. ausführlich in. . .).

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

I

Mathematikgeschichte – ein hochinteressanter Teil unserer Kulturgeschichte – ist spannend, lehrreich, allgemeinbildend und sie erleichtert das Erlernen der Mathematik.

Es gibt eine reichhaltige Auswahl an Darstellungen der Entwicklung der Mathematik und ihrer Teilgebiete, zu allen Regionen und Perioden der Menschheitsentwicklung, ebenso wie Darstellungen der gesamten Mathematik. Deren Historiographie ist äußerst umfangreich und kaum noch zu überblicken. Es gibt eine international arbeitende Kommission für die Historiographie der Mathematik, deren Mitglieder über die Ländergrenzen hinweg, auf allen Kontinenten eng zusammenarbeiten. Diese Spezialrichtung der Wissenschaftsgeschichte ist weltweit in raschem Aufschwung befindlich.

Ein Mathematikhistoriker sieht sich – je nach seiner wissenschaftlichen Zielstellung und seiner Neigung – einer Reihe von Themengruppen gegenüber, unter anderem:

- Problemgeschichte, Begriffsgeschichte, innermathematische Zusammenhänge. Beispiele: Auflösung von Gleichungen, Zahlbegriff, Axiomatisierung, Abstraktion
- Mathematik und Naturwissenschaften. Beispiel: Die Physik Newtons und die Entstehungsgeschichte der Infinitesimalrechnung
- Biographisches. Beispiele: Leben und Werk von C. F. Gauß. Was heißt Kreativität?
- Institutionen, Organisationsformen. Beispiele: Akademien, Universitäten, mathematische Schulen
- Mathematik als Bestandteil der Kultur. Beispiele: Mathematik und Kunst, Literatur, Musik
- Gesellschaftliches Umfeld der Mathematik. Beispiele: Wechselbeziehungen zur Technik, Wechselbeziehungen zu Philosophie und Religion, Zusammenhang mit politischen Ereignissen wie etwa der Französischen Revolution
- Mathematik als Teil der Allgemeinbildung. Beispiele: Mathematik im Schulunterricht, Ingenieurausbildung
- Historisch-kritische Analyse von Quellentexten. Beispiele und Schwierigkeiten: Quellen finden und erschließen, Sprachschwierigkeiten, Gefahr der Überinterpretation
- Mathematik als dynamischer Entwicklungsprozess. Beispiele: Wirkungsgeschichte von Grundideen, Triebkräfte, Denken auf Vorrat
- Anwendungen der Mathematik. Beispiele: Analysis in den Natur- und Ingenieurwissenschaften, Boolesche Algebra in der Computertechnik, Zahlentheorie in der Kryptographie, Statistik und Optimierung in den Wirtschaftswissenschaften

Selbstverständlich ist diese Aufzählung nicht vollständig und bedeutet keine Rangordnung. Hier, in dieser Liste, verbirgt sich die begriffliche Unterscheidung zwischen Geschichte der Mathematik und Historiographie: Die Historiographie hat die Aufgabe, Entwicklung und Entfaltung der Mathematik als historischen Prozess zu erfassen. Historiographie ist also eine historische Wissenschaft; ihr Gegenstand, die Geschichte der Mathematik, ist die Entwicklung der Mathematik in Raum und Zeit, in allen geographischen Regionen und allen Kulturen, von den Anfängen bis in unsere Gegenwart, mit all ihren Bezügen zur Geschichte der Menschheit.

Historiographie der Mathematik ist zu einem autonomen Gebiet der Geschichtswissenschaft und zugleich ein Teilgebiet der Mathematik selbst geworden. Sie ist überdies abhängig vom Standpunkt des Forschers und vom Umfeld, in dem sich der Forscher bewegt. Man hat gelegentlich geäußert, dass jede Generation ihre eigene Geschichte neu schreiben muss.

II

Die im Springer-Verlag herausgebrachten Monographien *5000 Jahre Geometrie* (2005) und *4000 Jahre Algebra* (2005) erfuhren große Anerkennung. Sie sind hervorragend geschrieben und illustriert und vermitteln tiefe historische Einblicke in Geist und Substanz jener zwei mathematischen Hauptgebiete.

In diesem Zusammenhang entstand beim Springer-Verlag die Idee, eine die Fächer übergreifende Historiographie der Mathematik ins Auge zu fassen, leicht lesbar, mit wenigen Formeln, dafür aber mit reichlich kulturellen, philosophischen und historischen Bezügen, alle Zeiten und Kulturen berührend.

Nach jahrzehntelanger Vorlesungstätigkeit war mir klar, dass dieses Projekt in hohem Maße zugleich verlockend und verführend ist. Erst nach reiflicher Überlegung habe ich damals, vor fünf/sechs Jahren, zugesagt, wohl wissend, dass die Inangriffnahme dieser Aufgabe einer (speziellen) Art von Hybris entspricht.

Die positive Hinwendung zu diesem Projekt wurde mir durch Zureden von Kollegen, vor allem aber durch einen Rückgriff auf die Intentionen von Herodot, dem „Vater der Geschichtsschreibung“, erleichtert. Er hatte von 460 bis 430 das Perserreich, Ägypten, Sizilien und Unteritalien bereist und die Verdienste der dort wohnenden Völker gewürdigt, damit „nicht durch die Zeit verblasse, was von Menschen geschah, noch die großen Taten und Wunderwerke (...) in Ruhmlosigkeit versänken.“ Vor allem aber rühmte er die Leistungen der Griechen und beschrieb die damaligen Ereignisse, insbesondere während der Perserkriege.

Er nannte sein Hauptwerk (in lateinischer Umschrift) histories apodexis, also etwa Darlegung von Forschungsergebnissen, von Erkundungen. Das Substantiv ist hergeleitet von historeín, das bedeutet: durch eigene Anschauung oder Nachfrage erkunden, erfragen, in Erfahrung bringen. Von dorther leitet sich das Wort „Historik“ (Geschichtswissenschaft) ab.

In diesem Sinne, als „Erkundungen“ soll dieses Buch verstanden werden. Die Erkundungen sollen hinführen zu wesentlichen Wandlungen und Ereignissen im Entwicklungsprozess der Mathematik, ohne immer bis ins fachwissenschaftliche Detail vorzustoßen. Es kann und soll sich im Sinne von „Erkundungen“ nicht um eine vollständige Geschichte der Mathematik handeln; das ist für einen einzelnen Autor ohnehin und schon aus Platzgründen unmöglich. Die Auswahl der „Erkundungen“ ist natürlicherweise subjektiv. Der Leser wird – wie der Autor auch – nicht wenige Lücken schmerzlich empfinden. Der Autor musste den „Mut zur Lücke“ aufbringen. Als Ausgleich wird eine umfangreiche Reihe vertiefender und weiterführender Literatur angegeben.

Die vergleichsweise oft längeren wörtlichen Zitate (in deutscher Sprache) sollen Stil und Denkweise der Mathematiker hervortreten lassen.

III

Der Leser wird bemerken, dass die Chronologie der Informationen nicht an erster Stelle steht, sondern oftmals durchbrochen wird. Dies war Absicht. Der Autor hat sich bemüht, die inneren Zusammenhänge durch gelegentliche Rückgriffe auf die Vor- und Frühgeschichte zu verdeutlichen, selbst auf die Gefahr von kurzen Wiederholungen hin. Im Idealfall sollten die Abschnitte für sich selbst gelesen werden können; das Gesamtmanuskript ist nicht durchgängig linear aufgebaut.

Das Buch wendet sich nicht in erster Linie an professionelle Mathematikhistoriker, wenn auch in der Hoffnung, dass diese „Erkundungen“ auch dort Interesse finden.

Auch handelt es sich nicht um ein Lehrbuch der Mathematik: Die Bekanntschaft mit Begriffen und Methoden der Mathematik wird im Allgemeinen vorausgesetzt, ebenso auch die Bekanntschaft mit Anspielungen auf politische und philosophische Bezüge.

IV

Ein dankbares Gedenken gilt meinen verstorbenen akademischen Lehrern: W. Schnee (Leipzig), H. Beckert (Leipzig), P. Günther (Leipzig), H. Salié (Leipzig), W. Ilberg (Leipzig), W. Menzel (Leipzig), G. Harig (Leipzig), A. P. Juschkewitsch (Moskau), D. J. Struik (Belmont, USA), J. E. Hofmann (Ichenhausen).

Diese „Erkundungen“ hätten nie veröffentlicht werden können, wenn nicht Freunde und Kollegen mir mit kritischer Durchsicht und guten Ratschlägen zu Hilfe gekommen wären: E. Blumenthal, J. Høyrup, P. Kunitzsch, J. Dauben, M. Folkerts, E. Knobloch, H. Breger, St. Deschauer, E. Fellmann, G. Howson, W. Purkert, R. Tobies, W. Morgenroth, R. Siegmund-Schultze, P. Schreiber, K. H. Schlote, D. Rowe, K. Chemla, I. Grattan Guinness, A. Vogt, H. J. Ilgauds, E. Klementz und andere.

Ein weiteres Dankeschön gilt einer Gruppe von Ärzten – Dr. Friedrich, Dr. Kamann, Dr. Bredow, Dr. Kuchta, Dr. Schmidt, Dr. Löbe, Dr. Peschel – die mir in mancher gesundheitlicher Bedrängnis zu Hilfe gekommen sind und ohne deren Eingreifen das Manuskript nicht hätte vollendet werden können.

Was wäre ein Autor ohne selbstlose Herausgeber? Hier gilt ein großes Dankeschön für unermüdliche Hilfe bei kritischer Durchsicht, für konstruktive Vorschläge und bei der Gestaltung des Manuskripts und der Abbildungen den Herren W. Alten und H. Wesemüller-Kock in Hildesheim.

Die „Erkundungen“ wurden getragen von Primär- und Sekundärquellen und damit von der Hilfsbereitschaft und Sachkenntnis der Bibliothekarinnen: I. Letzel, B. Römer, C. Meschtschanowa an der Fakultät für Mathematik und Informatik an der Universität Leipzig, Frau Geithner am Karl-Sudhoff-Institut der Universität Leipzig, Frau V. Franke und Frau R. Schmidt am Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach.

Überhaupt Oberwolfach: Zu wiederholten Malen bot das „Mathematische Paradies“ unter den Direktoren M. Barner, M. Kreck und G. M. Greuel diesem Projekt Heimstatt und ideale Arbeitsmöglichkeiten.

Es wäre für mich eine große Freude, wenn dieses Buch viele Menschen erreichen und ihnen die Mathematik näher bringen würde. Mögen sie die vielen Façetten einer Jahrtausende alten und doch ewig jungen Wissenschaft mit Freude erleben.

Hans Wußing

1 Mathematik am Anfang und Ethnomathematik

1.1 Zählen, Zahlen, Figuren

1.1.0 Einführung

Heute dürfte Einigkeit darüber bestehen, dass die Wiege der Menschheit in Zentralafrika gestanden hat.

Als Vorstufe des Zählens, Rechnens und geometrischer Figuren finden sich Kerben und Ritzungen auf Knochen und Steinen, Ornamente auf Tongefäßen aus grauer Vorzeit vor 20 000, 30 000 und viel mehr Jahren.

Erst der Übergang zur Sesshaftigkeit führte zum eigentlichen Vorgang des Zählens und dann auch des Rechnens. Dieser Wandel vom ungebundenen Leben als Jäger und Sammler zum Leben in festen Siedlungen erfolgte in mehreren Stufen über das Leben als Halbnomaden und in einem längeren Zeitraum. Er war verbunden mit Ackerbau und Viehzucht und fand zuerst in den warmen und fruchtbaren Zonen unserer Erde statt, führte zur Bildung früher Kulturen in den Tälern großer Ströme. Er vollzog sich in der Übergangszeit von der Alt- zur Jungsteinzeit, wird auch als neolithische oder agrarische Revolution bezeichnet und ins 8. Jahrtausend vor Christus datiert, liegt also – grob gesprochen – 10 000 Jahre zurück. Dieser grundsätzliche Wandel gesellschaftlichen Lebens in den so entstandenen Frühkulturen führte zu Handel und Warenaustausch zwischen Siedlungen und Völkerschaften und zog die Notwendigkeit des Zählens und der Bildung von Zahlwörtern nach sich. Deshalb kann dieser Zeitraum im weitesten Sinn als Anfang der Mathematik angesehen werden.

Die Ursprünge eigentlich mathematischen Denkens – die Bildung abstrakter mathematischer Begriffe und die Herstellung von Beziehungen zwischen ihnen – reichen jedoch auch bei großzügiger Beurteilung nur ca. 6000 Jahre zurück. Sie finden sich in den Hochkulturen, die im 4. Jahrtausend v. Chr. in den Stromtälern des Hoangho, des Indus, des Nils und im Land zwischen Euphrat und Tigris, also in Mesopotamien, entstanden.

Abb. 1.1.1 Ursprünge der Menschheit (Kenia 1982); Werkzeuge der Steinzeit: Faustkeil, geschäftete Äxte (Venda 1993)

1.1.1 Zahlen und Zahlwörter

Zählen können gehört zu den Fähigkeiten, die nur den Menschen eigen sind. Von Tieren weiß man allerdings aus Beobachtungen, dass einige Tiergattungen – Vögel, einige Säugetiere – kleinere Anzahlen bei Nachkommen oder Futtermengen unterscheiden können; fehlt ein Jungtier, so tritt bei den Eltern kurzfristig Unruhe auf.

Es gibt viele ungelöste Fragen zum Problem, wie sich die menschliche Fähigkeit zum Zählen herausgebildet hat. Einige Aufschlüsse hat man mittels archäologischer, anthropologischer, ethnologischer und sprachwissenschaftlicher Studien erhalten.

Am Beginn dürfte die Fähigkeit gestanden haben, Anzahlen konkreter Gegenstände als gleich oder als unterschiedlich zu erfassen. Kleinkinder im Alter von 4 Jahren können erkennen, ob zu einer (kleineren) Anzahl gleichartiger Gegenstände einige Exemplare hinzugekommen oder davon weggenommen worden sind.

Ethnografen berichteten zu Anfang des 20. Jahrhunderts von Expeditionen zu Völkerstämmen, die sich noch auf der Stufe der Steinzeitkultur befanden, in Zentralafrika, Ozeanien, Zentralamerika. Man zählte dort „eins“, „zwei“, „einige“ „viel“. Da, wo Zahlworte für größere Anzahlen zur Verfügung standen, gab es Fälle, wo die Zahlworte abhängig waren von der Art der Gegenstände. So hieß es bei den Ureinwohnern der Fidschi-Inseln „bole“, wenn 10 Boote, und „karo“, wenn 10 Kokosnüsse gezählt wurden. Reste dieser Bindung der Zahlworte an die Art der gezählten Gegenstände haben sich auch im deutschsprachigen Raum erhalten: Wir sprechen von Zwillingen, einem Duett, einem Paar Schuhe; eine (kleine) Mandel enthält 15, ein Schock 60 Eier.

Umgekehrt kann man aus Zahlwörtern für kleinere Anzahlen auf Zusammenhänge zwischen Sprachfamilien und damit auf die Frühgeschichte von Völkern schließen. Beispielsweise hat man innerhalb der indoeuropäischen Sprachfamilie für deutsch „zwei“, griechisch „$\delta\acute{\upsilon}$o“, lateinisch „duo“, sanskrit „dvi“, ostgotisch „twa“, englisch „two“, dänisch „to“, schwedisch „två“, irisch „da“, russisch „dva“, keltisch „da“, französisch „deux“, italienisch „due“. Hingegen gehören z. B. finnisch, ungarisch und baskisch nicht zur indoeuropäischen Sprachfamilie, weil in diesen Sprachen für „zwei“ ganz andere Worte stehen, z. B. kaksi im Finnischen.

Es gibt ausgedehnte, hoch spezialisierte sprachwissenschaftlich-mathematikhistorische Studien über den Aufbau der Zahlenreihe aus elementaren Zahlwörtern, also über die sog. Reihung der Zahlwörter. So entsteht durch Reihung das Schema 1, $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $2 + 2 = 4$ mit der Zählschwelle 2, die auf eine Paarung als niedrigste Form der Bündelung zurückzuführen ist und sich sprachlich früher im Dual (neben dem Plural) und zwei als beugbarem Eigenschaftswort ausgeprägt hat (z. B. „zween Herren“ und „zwo Mägde“ in alten Bibeltexten, „Der Diener zweier Herren“ in der Komödie von Goldoni). Das Schema 1, $1+1 = 2$, $1+1+1 = 3$, $1+1+1+1 = 4$, $5 = 4+1$, verweist auf die uralte Zählschwelle 4, für die es mehrere Gründe gibt. So können maximal 4 Objekte ohne zu zählen mit einem Blick erfasst werden, die „Handbreite“ (über den Knöchel der 4 Finger ohne den Daumen einer Hand gemessen) ist ein uraltes Maß; im Lateinischen folgt auf bimus (von bi-himus = zweiwintrig), trimus, quadrimus plötzlich quinquennis (fünfjährig von quinque anni), auf semel, bis, ter, quater für einmal bis viermal folgt quinquies, und auf die Eigennamen Martius, Aprilis, Maius und Junius für die ersten 4 Monate des alten römischen Mondjahres folgten Quintilis (später Julius zu Ehren Cäsars), Sextilis (später Augustus) bis December!

Beim weiteren Aufbau der Zählreihe werden Bündel aus 5, 10 oder 20 Einheiten (entsprechend den Fingern einer Hand, beider Hände oder aller Finger und Zehen eines Menschen) gebildet, aber auch solche von 12 (Dutzend von frz. douzaine) oder 60 Einheiten (60 Sekunden = 1 Minute). Nach erneuter Reihung zwischen den Bündeln entstanden dann „Bündel höherer Ordnung“ (Hunderter, Tausender, ..., aber auch Gros für $12 * 12 = 144$). Dies hat sich sowohl in der Reihe der Zahlwörter wie auch in der Zahlschrift ausgeprägt (für weitere Einzelheiten siehe [Menninger 1958], für Zahlschriften im alten China, Ägypten, Mesopotamien, Griechenland und in der römischen Zahlschrift vgl. Kap. 2, 3 und 4).

Werfen wir einen Blick auf die Basis der Zahlensysteme: Der höchst „handgreifliche“ Ursprung des Zählens wird dort besonders deutlich, wo die Basis 10 verwendet wird. Als Grund dafür nennt Aristoteles (4. Jh. v. Chr.) den Umstand, dass alle Menschen 10 Finger haben, die sie zum Zählen benutzen. Die Thraker allerdings, so Aristoteles, hätten ein schlechtes Gedächtnis, benutzten keine großen Zahlen und zählten nur bis 4 [The History of Mathematics –A Reader– 1990, S. 1f.].

Relativ häufig trifft man auch auf eine 20er Basis (Finger und Zehen), gelegentlich auch auf eine 5er Basis (Finger einer Hand). Selten dagegen ist die Basis 12 (zweimal 6 Hauptknöchel einer geballten Faust). Neben dem Zahlsystem der Maya und der Azteken war auch das der Kelten vigesimal, d. h. auf der Basis 20 aufgebaut. Daran erinnert noch ein Relikt im französischen Zahlsystem. Die Zehner sind zwar dezimal aufgebaut: 30 ist 3 mal 10, 40 ist 4 mal 10, aber 80 ist nicht 8 mal 10, sondern 4 mal 20 (quatre-vingt). Und ein altes Pariser Pflegehaus für 300 blinde Kriegsveteranen hat den Namen *„Hôpital des Quinze-Vingts“* (Hospital der fünfzehn Zwanziger). Wie wir noch sehen werden, beruhte das Zahlsystem in Mesopotamien auf der Basis 60.

Erstaunliche Antworten erhält man auf die Frage, wie weit man in frühen Zeiten hat zählen können. Auch hier liegen ethnografische Beobachtungen zugrunde. So fand man, dass eine Einzelperson zwar nur bis zehn zählen konnte, eine Gruppe von drei solchen Menschen aber bis 1000 zählen konnte, etwa dann, wenn eine Viehherde aus einer Einzäunung heraus getrieben wurde: Drei Menschen stehen nebeneinander. Wenn ein Tier passiert, hebt der Erste einen Finger. Nach 10 Tieren sind beide Hände „voll“; dann hebt der

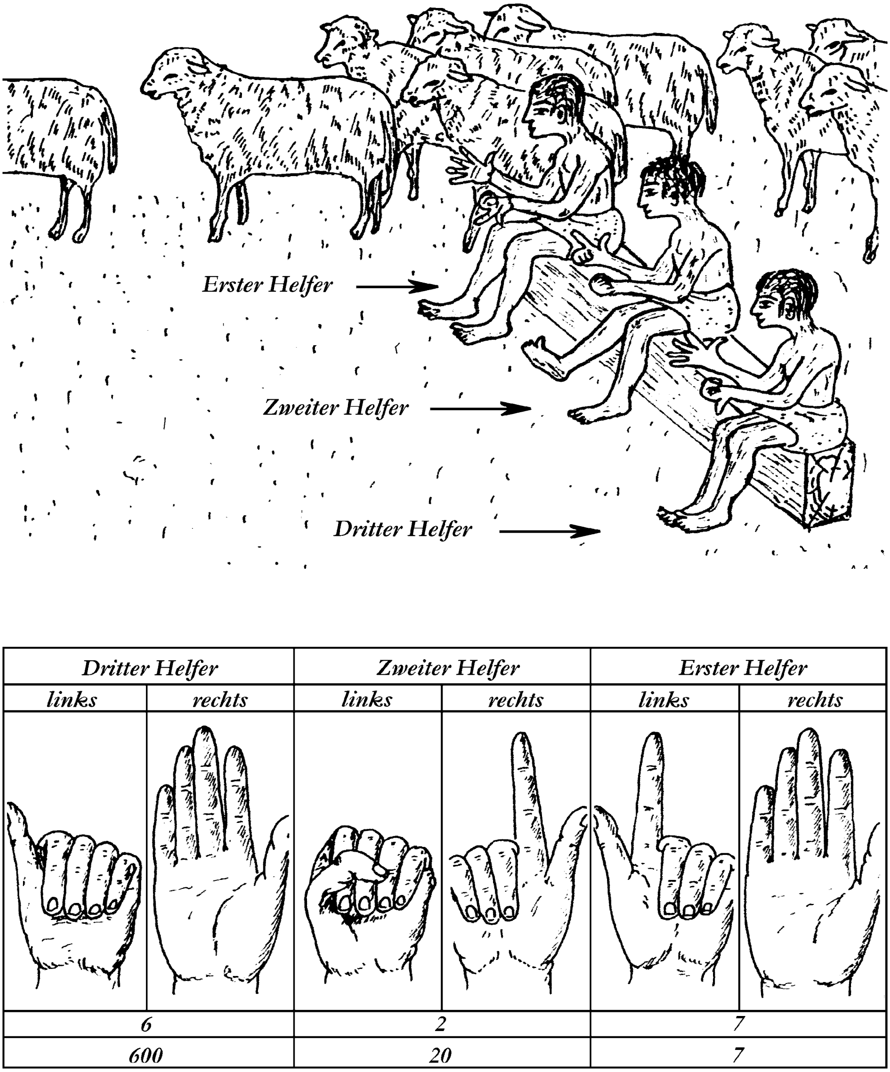

Abb. 1.1.2 Zählen einer Viehherde mit den Fingern von drei Helfern: 627 Tiere haben die Umzäunung passiert; nach [Ifrah 1987, S. 57]

Zweite einen ersten Finger, usw. Wenn dessen beide Hände voll sind, haben 100 Tiere passiert. Dann hebt der Dritte einen Finger, usw., usw.

Als erste schriftliche Zeugnisse des Zählens kann man Einkerbungen auf Knochen interpretieren, die aus der älteren oder mittleren Steinzeit stammen, also 30 000 bis 20 000 Jahre alt sind. Man hat solche „Dokumente“ in verschiedenen Gegenden der Erde gefunden.

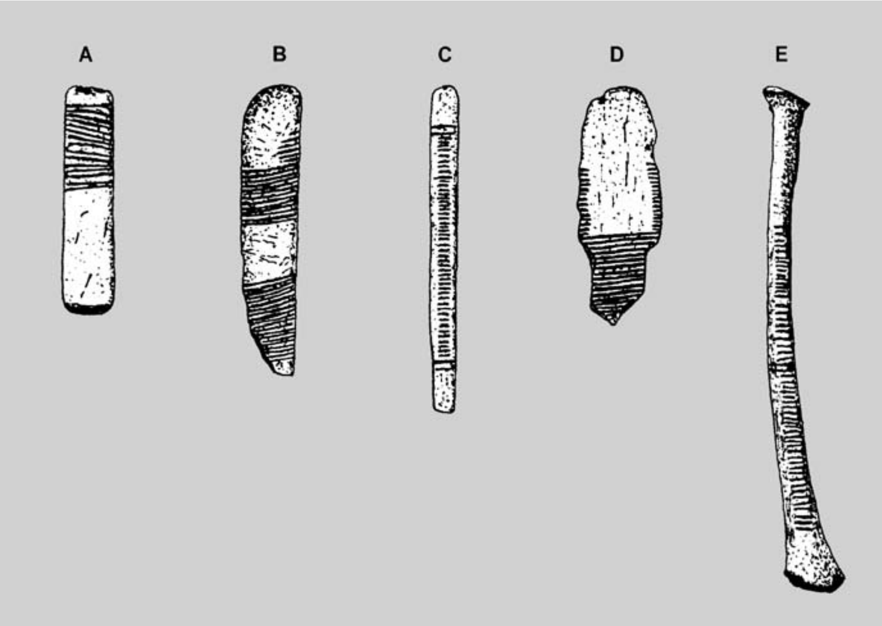

Abb. 1.1.3 Knochen mit Einkerbungen aus dem Spätpaläolithikum: A–D aus dem Aurignacien, E Wolfsknochen aus dem Magdalénien; nach [Ifrah 1987, S. 111]

Der aus Mähren stammende und 1937 aufgefundene Wolfsknochen (rechts in Abb. 1.1.3) weist 55 Einkerbungen auf, fünf Gruppen mit je 5 kurzen und sechs mit je 5 langen Kerben. Die Fünferbündelung ist offensichtlich. Aber natürlich wissen wir nicht, ob die Einkerbungen aus einem realen Vorgang des Zählens entstanden sind, und erst recht nicht, welche Gegenstände eventuell gezählt wurden.

Ganz besondere Aufmerksamkeit erregte der sog. Ishango-Knochen, benannt nach dem Fundort Ishango, einem kleinen Fischerdorf in Zentralafrika (früher Zaire, jetzt Demokratische Republik Kongo, an der Grenze zu Uganda). Er wurde 1960 bei systematischen Grabungen von dem belgischen Archäologen Jean de Heinzelin de Braucourt (1920–1998) entdeckt, in einer durch einen Vulkanausbruch verschütteten Gegend, ähnlich wie in Pompeji (vgl. [Heinzelin 1962], [Huylebrouck 2006]). Das sehr wertvolle Artefakt wird jetzt im Königlichen Museum der Naturkunde in Brüssel aufbewahrt.

Der versteinerte Knochen hat mannigfache Studien und Spekulationen ausgelöst. Er ist knapp 10 Zentimeter lang und an einem Ende mit einem Quarz verziert. Die Datierung mittels der C 14-Methode wird auf die Zeit zwischen 20 000 und 25 000 v. Chr. angesetzt; wieder andere Angaben datieren auf 6500 bis 9000. Die Einritzungen sind deutlich in drei Spalten und in Gruppen angeordnet und besitzen eine mathematische Struktur. Eine innere

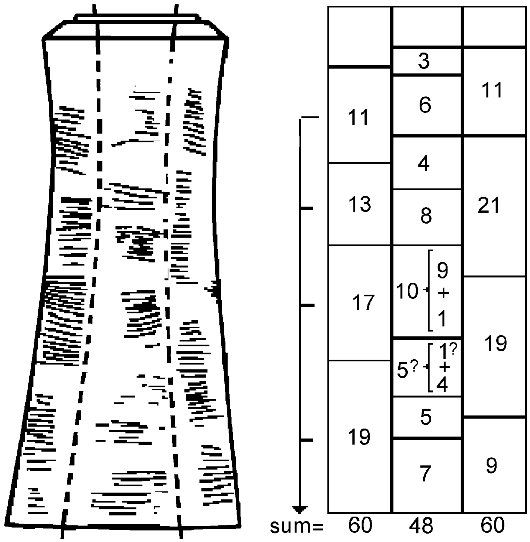

Abb. 1.1.4 Der Knochen von Ishango; Skizze der Einkerbungen auf dem Ishango-Knochen; nach [Spektrum der Wissenschaft 2/2006, S. 13]

mathematische Logik? Mathematische Spielerei mit „Zahlen“? Astronomie? Konkretes Zählen? Menstruationskalender? Bis hin zu der Vision, Frauen seien die ersten Mathematiker gewesen? Auch die Interpretation als Mondkalender findet sich, dürfte aber zu weit führen; vgl. dazu [Huylebrouck 2006].

Eine genauere Betrachtung zeigt Folgendes: Die Kerben sind in Spalten angeordnet. Die linke und die rechte Spalte haben die Summe 60, die mittlere hat die Summe 48. die linke Spalte enthält die Primzahlen 11, 13, 17, 19. Die rechte Spalte zählt $10+1$, $20+1$, $20-1$, $10-1$. Kann man daraus verbindliche Schlüsse ziehen?

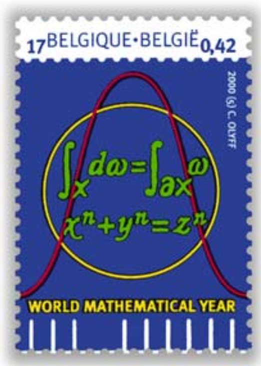

Abb. 1.1.5 Internationales Jahr der Mathematik (Belgien 2000)

Abb. 1.1.6 Ritzungen auf einem Elefantenknochen (Landesmuseum für Vorgeschichte Halle, Sachsen-Anhalt) [Foto Wesemüller-Kock]

Im Jahre 2000 wurde das internationale Jahr der Mathematik begangen. Die aus diesem Anlass herausgegebene belgische Briefmarke zeigt am unteren Rande die drei bzw. sechs Kerben aus der mittleren Spalte des Ishango-Knochens.

Der Knochen aus Mähren ist zwar älter, ist aber nicht so diffizil strukturiert und wird daher nicht als von mathematischer Art betrachtet. So kann der Ishango-Knochen als das bisher älteste bekannte mathematische Dokument betrachtet werden. Die Diskussion hält an, zumal kürzlich bei Ausgrabungen in Sachsen-Anhalt Elefantenknochen mit Ritzungen gefunden wurden, die nach Aussagen von Archäologen vom homo erectus vor ca. 370 000 Jahren stammen, deren Deutung jedoch noch offen ist.

1.1.2 Anfänge der Geometrie

Die Menschen der Frühzeit kamen mit Problemen in Berührung, die „geometrische“ Grundvorstellungen erforderten. Die bei der Nahrungssuche erforderlichen Wanderungen zwangen zur Orientierung in Raum und Zeit. Keramische Erzeugnisse hängen mit Formgestaltung zusammen, der Bau von Behausungen, Gräben und Dämmen – ohne dass abstrakte Begriffe nötig gewesen wären – mit den Vorstellungen von Körpern. Die Beobachtung des Sternenhimmels schuf irgendeine Form räumlichen Denkens.

Sehr schöne Zeugnisse von der Kenntnis geometrischer Figuren bilden die Ornamente auf Keramikerzeugnissen: Dreiecke, Parallelogramme, Kreise und andere Figuren. Die Art der Verzierung gestattet sogar die Unterscheidung verschiedener Stämme und Kulturen, z. B. die sog. Schnurkeramik und die Bandkeramik (vgl. dazu auch [Gerdes 2003]).

Abb. 1.1.7 Tongefäße mit Ornamenten aus Mitteleuropa, ca. 3.500 v. Chr.; Vase und Lendenschurz mit Ornamenten (DDR 1976, Brasilien 1975 und 1981)

Kreisgrabenanlage von Goseck (Sachsen-Anhalt)

Zu den ersten Zeugnissen astronomischer Beobachtung in Mitteleuropa gehören Kreisgrabenanlagen aus der Zeit ab etwa 5000 v. Chr. Eine Rekonstruktion der besonders gut erhaltenen Anlage bei Goseck gibt Aufschluss über das Wissen der ersten Bauernkulturen.

Abb. 1.1.8 Blick in den zweifachen Palisadenring der rekonstruierten Kreisgrabenanlage von Goseck, Sachsen-Anhalt [Foto Wesemüller-Kock]

Abb. 1.1.9 Kalendersteine bei Erdeven in der Bretagne [Foto Wesemüller-Kock]

Die Kultur der Bandkeramik wird so nach den Funden von Tongefäßen und Scherben mit entsprechenden Mustern bezeichnet und befand sich auf den fruchtbaren Lössböden. Die ersten Bauern der Linienbandkeramik siedelten in Mitteleuropa bereits vor 7500 Jahren. Zur Zeit der Stichbandkeramik (ca. 4800 v. Chr.) wurde die Kreisgrabenanlage von Goseck gebaut.

Diese Kreisgrabenanlage erlaubte den Bauern eine exakte Bestimmung der Jahreszeiten anhand des Sonnenstandes. Das war wichtig für die Bestimmung des Zeitpunktes von Aussaat und Ernte. Drei Tore sind in einem doppelten Kreis von Palisaden eingelassen. Zwei Tore markieren exakt den Sonnenaufgang und den Sonnenuntergang zur Wintersonnenwende am 21. Dezember. Ein dritter Ausgang weist nach Norden. Im Bereich des Sonnenauf- und -untergangs zur Zeit der Sommersonnenwende am 21. Juni sind die Abstände zwischen den Pfählen größer gesetzt. Das „Observatorium" diente sicher auch kultischen Zwecken und wurde um 4800 v. Chr. gebaut, also 2000 Jahre früher als Stonehenge.

Großbauten der Steinzeit

Auch die Errichtung der megalithischen Großbauten – in Portugal, auf den Orkney-Inseln, in Südengland, Nordfrankreich, Irland, Malta und andernorts – erforderte neben beachtlichen technologischen Fähigkeiten geometrische und astronomische Kenntnisse (zu Stonehenge vgl. [Scriba/Schreiber, 2. Aufl. 2005, S. 8f.]).

Abb. 1.1.10 Taulas (Pilzaltäre) aus dem Megalithikum in Hagar Qim auf Malta [Foto Alten]

Diese Steinsetzungen sind in jüngerer Zeit genauestens analysiert worden ([A. Thom 1967], [A. Thom/A.S. Thom 1978], [A. Seidenberg 1962], [van der Waerden 1983] und andere). Dabei hat sich die enge Verbindung von astronomischen Kenntnissen mit religiösen Ritualen erwiesen; viele Einzelheiten sind noch unerforscht, manche Interpretationen umstritten. Einige Autoren gingen sogar so weit, aus der Vermessung solcher Zeugnisse der Megalithkultur zu schließen, dass weit vor der Entwicklung im klassischen Griechenland die Erbauer über die Kenntnis von Ellipse und pythagoreischen Tripeln verfügten sowie über ein verbindliches Längenmaß [The History of Mathematics –A Reader– 1990, S. 8/9]. Diese Interpretationen haben indessen einer internationalen Diskussion nicht standgehalten [Knorr 1985].

Himmelsscheibe von Nebra

Der Fund der bronzenen Himmelsscheibe von Nebra im Jahr 1999 auf dem Mittelberg nahe Halle in Sachsen-Anhalt war eine Sensation, weil auf ihr erstmals der Himmel abgebildet ist, mit Sonne, Mond und den Plejaden, einem für die Bauern wichtigen Sternbild. Die anderen Sterne ließen sich nicht zuordnen. Das Material für das Gestirn besteht aus Goldblechauflage. Etwa 1600 bis 1500 v. Chr. wurde die Scheibe mit Beigaben in den Boden gelegt. Die Differenz des Sonnenauf- und -untergangs zur Zeit der Wintersonnenwende bis zur Zeit der Sommersonnenwende beträgt an diesem geographischen

Abb. 1.1.11 Himmelsscheibe von Nebra, die Beschädigungen an der Scheibe wurden durch Raubgräber verursacht (Landesmuseum für Vorgeschichte, Halle, Sachsen-Anhalt)[Foto Wesemüller-Kock]

Ort 82 Grad in der Realität wie auch auf der Scheibe. Dadurch war sie als Kalendarium einsetzbar.

Die Barke unten auf der Scheibe kann die zur Bronzezeit angenommene Vorstellung über die Rückführung der Sonnenscheibe nachts durch die Unterwelt in die Ausgangsposition für den nächsten Tag darstellen, eine Vermutung, die auch mit dem aus derselben Zeit stammenden, in Dänemark gefundenen Sonnenwagen von Trundholm in Verbindung gebracht wird [Resch 2006, S. 13]. Die Auswertung der Himmelsscheibe ist noch nicht abgeschlossen.

1.2 Ethnomathematik

Ethnomathematik ist eine noch junge, jedoch in rascher Entwicklung befindliche wissenschaftliche Disziplin. Das *Spektrum der Wissenschaft* hat dem Thema „Ethnomathematik" ein ganzes Heft gewidmet [Ethnomathematik 2006]. Die Beiträge beziehen sich auf allgemeine Aspekte der Ethnomathematik, behandeln aber auch einige spezielle Aspekte wie die Funde und Entwicklungen in Afrika, China und Indien, bei den Eskimos und den Indianern Nordamerikas, in den Kulturen der Maya, Azteken und Inka, aber auch Gedichte der Araber und magische Quadrate in der Welt des Islam.

Gegenwärtig ist es noch schwer, eine endgültige Definition der Ethnomathematik, ihrer Ziele und Methoden zu geben, zumal sie in enger Beziehung zu Archäologie, Anthropologie und – worauf es hier ankommt – zur Historiographie der Mathematik steht. Darum kann und darf die moderne Historiographie der Mathematik nicht an der Ethnomathematik vorbeigehen (eine ausführliche Darstellung der Entstehungsgeschichte der Ethnomathematik findet man bei [Gerdes 1997]).

Statt einer Definition wird eine Schilderung einiger ihrer Aspekte weiterhelfen, ihr Anliegen richtig einzuordnen.

1.2.1 Aspekte der Ethnomathematik

Man kann drei Aspekte der Ethnomathematik auseinanderhalten, wiewohl sie miteinander in Wechselwirkung stehen.

Der mathematikhistorische Aspekt

Die heutige, die moderne globale Mathematik ist verhältnismäßig jungen Datums im Vergleich zu den vielen Tausenden von Jahren, in denen Menschen sich der Mathematik bedienten. Die moderne Mathematik im europäischen und nordamerikanischen Raum bildete sich im Zeitraum von der Renaissance bis etwa 1900 heraus und assimilierte dabei mathematisches Wissen aus vielen Kulturen Asiens, Afrikas und Europas: Reiche Schätze an Begriffen, Methoden und Zielen wurden in die mathematische Kultur Europas „eingeschmolzen". Die Rückbesinnung auf die nichteuropäischen Quellen ist interessant und eine bedeutende Arbeitsrichtung der Historiographie der Mathematik, die, zwar schon seit dem 19. Jahrhundert gepflegt, heute auch als eine Frage historischer Gerechtigkeit betrachtet wird. Dazu gehört die Entwicklung der Mathematik in Ägypten, Mesopotamien, China samt Japan, Indien und in der islamischen Welt (verwiesen sei etwa auf [Joseph 1991], [Selin 2000]).

In der vorliegenden Darstellung werden jenen Entwicklungen eigenständige Abschnitte gewidmet. Allerdings kann – schon aus Platzgründen – ein nur winziger Ausschnitt aus den internationalen Forschungsarbeiten geboten werden, die zu beeindruckenden Ergebnissen gelangt sind.

Die Aufgabe der Historiographie der Mathematik erstreckt sich auch auf jene mathematischen Kulturen, die entweder untergegangen sind – z. B. Maya, Inka, Azteken – oder auf mathematisches Denken von Völkern, Stämmen, das (noch) in Gebrauch ist. Dies wirkt auf uns oft fremdartig, stammt häufig von anderen Strukturen mathematischen Denkens. Es ist keineswegs primitiv, sondern beruht teilweise auf komplizierten mathematischen Denkformen, die erst mühsam entschlüsselt werden müssen. Der Erforschung jener von Völkern, Volksgruppen oder ethnisch bestimmten Gruppen getragenen Mathematiken wendet sich die Ethnomathematik zu, beispielsweise derjenigen der Kelten, von afrikanischen Völkern, von nord- und südamerikanischen Indianern und von anderen.

Als ein Standardwerk der Ethnomathematik für den amerikanischen Bereich gilt [Cross 1997]. Beispielsweise wird berichtet über die Namensgebung für Zahlen bei den Indianern des Amazonasgebietes, bei den Inuit-Jägern (Eskimos) im hohen nördlichen Amerika, von der Suche nach mittelamerikanischer Geometrie, vom Kalender- und Zahlensystem der Nootka (British Columbia) und von vielem anderen. Auch finden sich viele Details über die Mathematik bei den Azteken, Maya, Inka, über die hier in eigenen Abschnitten berichtet wird.

Diese Studien von einem runden Dutzend Autoren vermitteln auch Einsichten in die Lebensformen, aus denen die überlebensnotwendigen spezifischen Formen der Mathematik entsprungen sind, und über die teilweise katastrophalen Folgen der Eroberung jener Wohngebiete durch die Europäer. Beigegebene Literaturangaben verdeutlichen auch, dass diese Auffassungen und Zielstellungen von einer beachtlichen Anzahl engagierter Forscher vertreten werden. Es erübrigt sich fast zu betonen, dass die anfängliche Außenseiterstellung der Ethnomathematik überwunden ist.

Der pädagogische Aspekt

Der Unterricht in Mathematik nach europäischen, global verbreiteten Mustern und Vorgaben stieß und stößt bei Schülern in den Ländern der sog. Dritten Welt bei allem guten Willen und guter Absicht auf grundsätzliche Schwierigkeiten. Sie beruhen auf dem Unterschied zwischen mathematischem Denken und mathematischem Lernen.

Die Kinder aus den Entwicklungsländern sind vielfach in einer kulturellen Umgebung aufgewachsen, die sich von der „verbindlich" gewordenen, aufgeprägten globalen Welt unterscheidet. Daher sieht sich der Unterricht von Mathematik in der verbindlich gewordenen internationalen Form (noch dazu in einer Fremdsprache) mit Schwierigkeiten konfrontiert, weil deren Begriffe und Rechenmethoden nicht im Erfahrungsschatz der Kinder liegen: Bildung großer Zahlen, Begriffe für Flächen und Körper, schriftliches Rechnen usw. (vgl. dazu ausführlich etwa [Philp 1973], [Development of Mathematical Education 1973], [Perspectives on Mathematics Education 1986]), [Ferreira 2004]).

Einen Ausweg, mindestens im Übergang zur internationalen Mathematik und damit zum Anschluss an die internationale Wissenschaft, bietet die Ethnomathematik, d. h. der Rückgriff auf die in den verschiedenen ethnischen Gruppen wurzelnden Gewohnheiten. Diese Einsicht wurde in den 60er und 70er Jahren deutlich herausgearbeitet, programmatisch formuliert und experimentell mit Erfolg umgesetzt.

Einer der aktivsten Vertreter der Ethnomathematik, der Brasilianer Ubiratan D'Ambrosio (geb. 1932), der mit dem nur selten vergebenen Kenneth O. May Prize für seine Verdienste um die Historiographie der Mathematik ausgezeichnet wurde, hat die Forderung nach Berücksichtigung der Ethnomathematik im Unterricht des öfteren deutlich formuliert, 2006 mit den Worten:

„Die unbestreitbare kulturelle Dominanz des Westens wird durch die Geschichte belegt, besonders durch diejenige der Wissenschaften und der Technik. (...)
Die traditionelle Mathematikgeschichtsschreibung weigert sich anzuerkennen, dass eine neue Ethnomathematik das Frühstadium ist, das neue Theorien und Praktiken durchlaufen, bevor sie in die Institution Wissenschaft Eingang finden. Deshalb beziehen die Ethnomathematiken die Anthropologie und die mündlich überlieferte Geschichte mit ein. Auf diesem Niveau müssen sie sich auch in die Lehrpläne einbringen. Die Studenten sollen sich mit den Ethnomathematiken auseinandersetzen, um ihre Fähigkeiten zur Kommunikation und zur Analyse zu bereichern, die sie später im Berufsleben brauchen. Ähnliches gilt für die Ausbildungsprogramme für zukünftige Lehrer.
Die Kinder kommen mit ihrer eigenen Geschichte in die Schule. In ihrer eigenen Erfahrung haben sie Mittel der Kommunikation und der Analyse angewandt, die sie sich selbst zugelegt oder aus ihrer kulturellen Umgebung übernommen haben. Anders gesagt, die Kinder bringen in die Schule ihre eigene Ethnomathematik mit.
Unterrichten wir die Mathematiken anderer Kulturen, etwa die der Chinesen (...), so verfolgen wir damit zwei Ziele: Zum einen geht es darum, eine Form des Wissens – die Mathematik – zu entmystifizieren, indem ihr die Aura des ewigen und absoluten Wissens genommen wird; zum anderen darum, die intellektuellen Erfolge fremder Zivilisationen, Kulturen, Völker, Berufe und Geschlechter anzuerkennen.“
[D'Ambrosio 2006, S. 8f.]

Der politische Aspekt

Ersichtlich hängen die beiden genannten Aspekte auch mit politischen Intentionen der Ethnomathematik zusammen, insbesondere mit der „neuen Ethnomathematik“ nach dem Zweiten Weltkrieg. Der Zusammenbruch des Kolonialsystems ermöglichte und förderte die Bestimmung des kulturellen Standortes und der frühen Geschichte der ehemals kolonialen Gebiete. Die Ethnomathematik hilft auch, die historischen Wurzeln ehemals unterdrückter Völker wieder zu entdecken. Hier liegen wohl – sofern Überspitzungen vermieden werden können – Aufgaben der Zukunft wie sie z. B. vom Nationalmuseum in Mexico-City erfüllt werden: Dort werden die präkolumbianischen Wurzeln des mexikanischen Volkes in überzeugender Weise demonstriert.
Kritisch bezüglich der Historiographie bemerkt daher D'Ambrosio:

„Nach traditioneller europäischer Auffassung ist die Geschichte der Mathematik eine geradlinige Entwicklung von einem primitiven Urzustand bis zur gegenwärtigen Hochblüte. Demnach wäre alles, was sich fern von diesem Hauptstrom abgespielt hat, eine verfehlte Bemühung,