



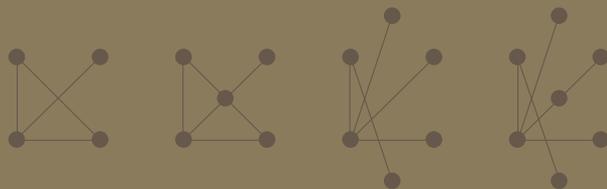
Norbert Herrmann 

# Mathematik und Gott und die Welt



Was haben Kunst, Musik oder Religion  
mit Mathematik am Hut?

*4. Auflage*



 Springer

# Mathematik und Gott und die Welt

Norbert Herrmann

# Mathematik und Gott und die Welt

Was haben Kunst, Musik oder Religion  
mit Mathematik am Hut?

4. Auflage

 Springer

Norbert Herrmann  
Meißen, Deutschland

ISBN 978-3-662-70082-2      ISBN 978-3-662-70083-9 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-70083-9>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <https://portal.dnb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2014, 2016, 2018, 2025

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jede Person benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des/der jeweiligen Zeicheninhaber\*in sind zu beachten.

Der Verlag, die Autor\*innen und die Herausgeber\*innen gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autor\*innen oder die Herausgeber\*innen übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Wenn Sie dieses Produkt entsorgen, geben Sie das Papier bitte zum Recycling.

## Vorwort zur 4. Auflage

Da hat mich doch kürzlich eine Nachricht sehr erschüttert. Ein Journalist verlangt in einer Zeitung:

„Mathematik sollte im Abitur nicht mehr Pflichtfach sein.“

So kann man auch fragen, ob Deutsch ein Pflichtfach sein muss. Ja, das alles darf diskutiert werden. Was mich aber aufgeregt hat, war die Begründung für die Abschaffung der Mathematik:

„Kaum ein Absolvent wird später noch einmal etwas aus dem Mathematikunterricht in der Oberstufe gebrauchen.“

Wirklich, da stand das Wort ‚gebrauchen‘.

Weil von vielen Menschen soviel Unwissenheit über die Mathematik vorhanden ist, will ich mal kurz erzählen, was man in der Oberstufe eines Gymnasiums eigentlich in Mathematik lernt. Es geht um ein typisches Beispiel. Im Unterricht werden Funktionen behandelt, also Abbildungen in den reellen Zahlen. Für die Mathematik charakteristisch ist, dass man solche Objekte kennenlernen und klassifizieren will. Also muss man sie untersuchen. Da kann man spezielle Punkte finden, wie z. B. ihre Nullstellen. Mit sehr raffinierten Tricks, den sog. Ableitungen, gewinnt man Aussagen über Hoch- und Tiefpunkte. Die zweite Ableitung führt zu Wendepunkten. Ja, usw. mit Asymptoten und Polen. Hat man das alles gelernt, kann man es auf spezielle Funktionen anwenden und daraus dann sogar eine Skizze dieser

Funktionen malen. Im Abitur erhält man meistens eine Funktion, die nach diesen Regeln untersucht werden soll.

Also in Kurzform: Mathematik nimmt sich bestimmte Objekte vor, die dann nach vielen zu entwickelnden Regeln untersucht werden. Ein anderes Beispiel in der Schule sind die Vektoren. Im Studium kommen viele weitere Bereiche hinzu, wie die Gruppen, Ringe, Körper in der Algebra, Mengen in der Topologie oder Funktionen in den komplexen Zahlen. Die Studierenden lernen also, wie man immer wieder neue, für sie bisher unbekannte Bereiche untersucht, einordnet, klassifiziert. Diese Kompetenz ist ausgesprochen wichtig im späteren Berufsleben. Das beginnt mit den Funktionen in der Oberstufe. Und dass man das später gebrauchen kann, steht außer Frage.

Man könnte ja in Überspitzung der Journalistenfrage von oben auch darüber nachdenken, welcher Abiturient später noch mal eine Gedichtinterpretation eines Heine- oder Goethedichtes ‚gebrauchen‘ konnte? Wer hat später noch einmal eine große Erörterung zu Papier gebracht? Ja, wozu ‚braucht‘ man denn überhaupt das Abitur?

Im Internet findet man Folgendes: Das Gymnasium dient als Lern- und Lebensraum der Bildung des ganzen Menschen. Dafür werden nicht nur Wissensbestände, Fähigkeiten und Fertigkeiten erarbeitet, sondern auch nachhaltig Kompetenzen aufgebaut und die Persönlichkeitsentwicklung der Schülerinnen und Schüler gestärkt. Dabei hat gerade die Mathematik das Prä, dass viele ihrer Inhalte häufig in ganz anderen Disziplinen herangezogen werden, also wirklich gebraucht werden.

Liebe Leserinnen und Leser, genau gegen solche Ignoranz schreibe ich meine Bücher. Es gehört einfach zur menschlichen Kultur, sich mit feingeistigen Dingen zu beschäftigen. Mit einer Sinfonie von Mozart kann ich mir kein Brötchen kaufen, aber ich höre sie mir sehr gerne an. Und wer kann schon voraussehen, was man in der Zukunft braucht!

So danke ich dem Springer-Verlag und meinem Lektor Dr. Andreas Rüdinger für die Anfrage, dass ich eine vierte Auflage erstellen möchte mit weiteren Kapiteln. Schauen Sie mal auf das Kapitel ‚Pythagoras am Wasser‘, um zu wissen, wie weit man an der See blicken kann. Oder belustigen Sie Ihre Kinder mit den  $u$ -Zahlen. Der Satz von Pick lässt sich doch wunderbar im Auto zum Zeitvertreib bei längeren Urlaubsfahrten verwenden.

Ich danke wieder mal meiner lieben Frau, die soviel Geduld mit mir aufgebracht hat, auch in solchen Momenten, wo sie dringende Fragen hatte, ich aber innerlich noch an den Thalessatz dachte.

Ich wünsche Ihnen weiterhin viel Freude und Vergnügen an der Mathematik.

# Vorwort zur dritten Auflage

*Die Muster des Mathematikers müssen wie die des Malers oder Dichters schön sein, die Ideen müssen wie Farben oder Worte in harmonischer Weise zusammenpassen. Schönheit ist das erste Kriterium: es gibt keinen Platz in dieser Welt für hässliche Mathematik.*

Godfrey Harold Hardy (1877–1947)

Ein hervorragendes Motto für unser Buch, das sich ja genau mit diesem Thema Mathematik und Schönheit in Kunst, Musik und Religion befasst. Danke daher an Godfrey Harold Hardy, einen britischen Mathematiker, der sich intensiv mit der Schönheit der Mathematik auseinandergesetzt hat und sie mit der Malerei und der Dichtkunst verglich.

Diese dritte Auflage haben wir wesentlich erweitert. Neue Kapitel mit schönen Elementen der Mathematik befassen sich mit Spiralen, die man allenthalben in der Kunst entdeckt, oder mit dem Regenbogen, der schon in der Bibel als Zeichen des Bundes mit Gott erwähnt wird.

Zudem erklären wir das seltsame Gebaren von Ebbe und Flut und das geheimnisvolle Lösen von Schnürsenkeln. Gar nicht geheim sind dann die Geheimschriften mit dem RSA-Verfahren, denn wir können alle Geheimnisse aufklären.

Für jeden Autor ist es ein besonders schöner Akt, ein Vorwort für eine weitere Auflage eines seiner Werke, in unserem Fall für die dritte Auflage, zu schreiben. Hier danke ich wieder einmal ganz besonders dem Verlag und meinem Lektor, dem Editorial Director Dr. Andreas Rüdinger und meiner Lektorin Martina Mechler, die mir stets bei allen Fragen hilfreich zur Seite

## VIII Vorwort zur dritten Auflage

standen. Dank auch an die Copyeditoren, die die vielen kleinen Schreibfehler beseitigt haben.

Nicht zuletzt gilt mein besonderer Dank meiner lieben Frau, die wieder einmal viele Stunden auf mich verzichten musste.

Folgenden „Scherz“ fand ich in einem Text:  
Einführung in die moderne Wissenschaft:

Ist es grün und schlängelt sich, dann ist es Biologie.

Wenn es stinkt, dann ist es Chemie.

Wenn es nicht funktioniert, ist es Physik.

Wenn es unlogisch ist, dann kann es entweder ökonomie oder Psychologie sein.

Wenn man's nicht versteht, ist es Mathematik.

Mein Wunsch ist es, diesem Vorurteil, dass man Mathematik nicht verstehen kann, entgegenzuwirken.

Norbert Herrmann

# Vorwort

*Ein Mathematiker, der nicht irgendwie ein Dichter ist, wird  
nie ein vollkommener Mathematiker sein.*

Karl Weierstraß

Ein Leser, Herr Dr. O., Mathematiker, schrieb mir folgendes Erlebnis:

Eines Nachmittags kam ein Anruf aus einer Kneipe. Der Wirt sagte zu mir: „Du bist doch Mathematiker. Wir haben hier einen Gast, der will nicht glauben, dass  $1/2$  mal  $1/2 = 1/4$  ist. Erklär Du ihm das mal.“ Ich sagte: „Gib ihn mir mal ans Telefon.“ Ich kam gar nicht zu Worte. Mein Gegenüber: „Du kannst mir viel erzählen.  $1/2$  mal  $1/2$  ist doch 1, man muss doch mit dem Kehrwert multiplizieren.“ Meine Einwände blieben fruchtlos. Da kam mir der rettende Gedanke: Der Taschenrechner als anerkanntes Beweismittel. „Habt Ihr an der Theke einen Taschenrechner?“ „Ja.“ „Also tippt jetzt mal ein: 0,5, ist doch  $1/2$ , nicht wahr?“ „Ja.“ „Und jetzt die Maltaste und nochmal 0,5 eingeben und dann die Gleichaste und was kommt dann?“ Am anderen Ende der Leitung: „Scheiße, jetzt habe ich 100 € verloren.“ Dass  $0,25 = 1/4$  ist, war offensichtlich bekannt.

Sie werden diese kleine Geschichte vielleicht gar nicht so erzählenswert finden? Nun, zwei Aspekte beunruhigen mich dabei.

- Die Bruchrechnung lernen wir normalerweise in der sechsten Klasse. Da braucht es doch keinen promovierten Mathematiker, um hier Probleme zu lösen.

- Wenn man aber meint, hier unbedingt die Erkenntnis eines Mathematikers zu benötigen, so steht dahinter wohl die feste Überzeugung, dass Bruchrechnung ein wesentlicher Bestandteil des Mathematikstudiums ist.

Ich bin sicher, dass kaum jemand meint, dass man im Studium der Germanistik die Kommaregeln lernt. Wahrscheinlich ist auch den meisten Menschen klar, dass man im Studium der Theologie nicht das „Vater unser“ auswendig lernt. Auch wird man vermuten, dass ein Historiker nicht Geschichtszahlen paukt. Man hat sicher keine genauen Vorstellungen von all diesen Studiengängen, aber ist sich doch ziemlich einig, dass ein wissenschaftliches Studium nicht mit sturem Auswendiglernen verwechselt werden darf.

Warum aber glaubt offensichtlich kein geringer Teil der Bevölkerung, dass Mathematiker im Studium das Einmaleins lernen?

Genau hierhin, nämlich mit solchen Irrtümern aufzuräumen, habe ich bei diesem Buch meinen Schwerpunkt gelegt. Dazu will ich in den kommenden Kapiteln versuchen, Zusammenhänge zwischen Mathematik und anderen als große Geisteswissenschaften anerkannten Themen herzustellen. Das sind die Literatur, die Kunst, damit einhergehend die Architektur, die Musik und im Schlusskapitel die Religion.

In diesem Buch wollen wir Ihnen die Erkenntnis nahe bringen, dass Mathematik eine Geisteswissenschaft ist, eine Einsicht, die dann auch unser oben gewähltes Motto des großen Mathematikers Karl Weierstraß (1815–1897) erklärt.

Mein ausgesprochener Dank geht an den Spektrum-Verlag und hier insbesondere an meinen Lektor Dr. Andreas Rüdinger, der mit vielen Diskussionen und hilfreichen Anmerkungen wesentlich zur Verbesserung beigetragen hat. Frau Mechler vom Spektrum-Verlag sei ebenfalls vielfach gedankt. Sie hat sich sehr um die Umsetzung des Manuskriptes verdient gemacht.

Zum Schluss möchte ich wieder meiner Frau ganz herzlich danken. So viel Geduld, wie sie jedesmal gerade in der Endphase eines Buches aufbringt, sucht ihresgleichen. Ich musste nicht einmal mehr die Spülmaschine ausräumen.

Liebe Leserinnen, liebe Leser, wenn Sie Anregungen oder Verbesserungen vorschlagen möchten, nutzen Sie bitte den Kontakt über meine homepage [www.mathematikstueberall.de](http://www.mathematikstueberall.de).

Norbert Herrmann

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematik in der Kunst</b>	1
1.1	Schönheit in der Mathematik	1
1.2	Leonardo da Vinci	2
1.3	Albrecht Dürer	14
1.4	Magische Quadrate	18
1.5	Johann Wolfgang von Goethe	24
1.6	Sir Christopher Wren	30
1.7	Karl Wilhelm Pohlke	34
1.8	Gottfried Semper	36
1.9	Antoni Gaudi	37
1.10	Marc-M. J. Wolff-Rosenkranz	40
1.11	Ausblick	41
<b>2</b>	<b>Mathematik in der Musik</b>	43
2.1	Wohltemperierte Klaviere	43
2.2	Mozarts Würfelmusik	50
2.3	Klassen in der Mathematik	54
2.4	Melodien finden leicht gemacht	57
2.5	Wie viel Melodien gibt es eigentlich?	59
<b>3</b>	<b>Mathematik in der Sprache</b>	63
3.1	Die Suche nach dem größten gemeinsamen Nenner	63
3.2	Hinweis auf das Wurzelziehen	68
3.3	Wir wollen die Politik verstetigen	69
3.4	Er versuchte die Quadratur des Kreises	72
3.5	Wo sind unsere Schnittmengen?	76

## XII Inhaltsverzeichnis

3.6	Wir begegnen uns auf Augenhöhe	77
3.7	Ich tue, was ich kann	77
3.8	Wo ist der Euro?	78
<b>4</b>	<b>85. Geburtstag</b>	<b>81</b>
4.1	Liebe Schwiegermutter!	81
4.2	Womit beschäftigen sich Mathematiker?	82
4.3	Die Zahlen deines Lebens	83
4.4	Die Zahl Null	83
4.5	Die Zahl 85	87
4.6	85 ist überall	90
<b>5</b>	<b>Pythagoras am Wasser</b>	<b>93</b>
5.1	Der Thalessatz	93
5.2	Der Kathetensatz	97
5.3	Satz des Pythagoras	100
5.4	Der Höhensatz des Euklid	101
5.5	Wie weit kann man an der See geradeaus schauen?	102
5.6	Konnte mein Vater das Hermannsdenkmal sehen?	104
5.7	Aufwölbung des Bodensees	106
5.8	Bodensee und Erdkrümmung	108
<b>6</b>	<b>u-Zahlen und n-Zahlen</b>	<b>109</b>
6.1	Ein kleines Spiel mit dem Taschenrechner	109
6.2	u-Zahlen	110
6.3	n-Zahlen	111
6.4	Weitere 11-er Zahlen	112
6.5	Versuch einer Erklärung	113
<b>7</b>	<b>Ebbe und Flut</b>	<b>115</b>
7.1	Erster Erklärungsversuch	116
7.2	Was sagt die Mathematik zu dieser Idee?	117
7.3	Zweiter Erklärungsversuch	122
7.4	Dritter Erklärungsversuch: Jetzt wird es richtig	124
7.5	Zusammenfassung	126
7.6	Weitere Bemerkungen zu Ebbe und Flut	127
7.7	Kleine Geschichte am Rande	127
<b>8</b>	<b>Warum ist der Regenbogen krumm?</b>	<b>129</b>
8.1	Die Farben des Regenbogens	130
8.2	Der Hauptbogen	131
8.3	Der Nebbogen	133

8.4	Das dunkle Band des Alexander von Aphrodisias	136
8.5	Wir kommen wieder!	136
8.6	Wie weit ist der Regenbogen entfernt?	136
8.7	Der verborgene Goldschatz	137
8.8	Noah und der Regenbogen	138
8.9	Ein Zirkumzenitalbogen	138
<b>9</b>	<b>Spiralen</b>	141
9.1	Die Kreisevolvente	142
9.2	Die Archimedische Spirale	144
9.3	Vergleich Evolvente und Archimedische Spirale	146
9.4	Die logarithmische Spirale	147
9.5	Klothoide	150
9.6	Wurzelschnecke	153
9.7	Schneckenhäuser	154
9.8	Spiralen sind überall	155
<b>10</b>	<b>Mathematische Geheimschriften</b>	157
10.1	Geheimnachrichten per Zeitung	157
10.2	Verschlüsselung beim Geocaching	159
10.3	Das RSA-Verfahren	160
10.4	Primzahlen in das Weltall	171
<b>11</b>	<b>Warum lösen sich Schnürsenkel?</b>	173
11.1	Das Phänomen	173
11.2	Die Abhilfe: Anderthalbfacher Norbert	175
<b>12</b>	<b>Die Wurfparabel</b>	179
12.1	Mathematische Grundlagen für den senkrechten Wurf nach oben Wurf	180
12.2	Waagerechter Wurf	182
12.3	Der schräge Wurf	184
12.4	Kommt eine senkrecht hochgeschößene Gewehrku­gel wieder genau an der Abschussstelle an?	188
12.5	Kann eine senkrecht abgefeu­erte Gewehrku­gel beim Runterfallen einen Menschen erschlagen?	189
12.6	Wie weit springt ein Weitspringer?	189
12.7	Wie tief ist der Brunnen?	190
12.8	Welchen Einfluss hat schließlich der Luftwiderstand?	191

## **XIV Inhaltsverzeichnis**

<b>13</b>	<b>Der wunderbare Satz von Pick</b>	195
13.1	Anfangsbeispiele	195
13.2	Wer war Georg Alexander Pick?	197
13.3	Der Satz von Pick	198
13.4	Beweis des Satzes von Pick	200
<b>14</b>	<b>Gott macht keine Physemathenten</b>	205
14.1	Zur Mathematik	206
14.2	Zur Physik	224
14.3	Der Teilchenzoo der Physik	233
14.4	Zu Gott	239
<b>15</b>	<b>Ein Mathematikquiz</b>	241
15.1	Das Quiz	241
15.2	Die Lösungen	243
	<b>Nachwort</b>	253
	<b>Anhang: Mathematische Geburtstage</b>	255
	<b>Literatur</b>	267
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	269

# Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1	Skizze zum Satz des Pythagoras	4
Abb. 1.2	Von Leonardo da Vinci erweiterte Skizze zum Satz des Pythagoras	5
Abb. 1.3	Von Leonardo da Vinci ausgedachtes „Perpetuum mobile“, Nachbau in einer Ausstellung	8
Abb. 1.4	Skizze von Leonardo da Vinci zum Beweis der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile	9
Abb. 1.5	Die Originalzeichnung von Marcus Vitruvius Pollio. (© WHA/United Archives/Picture-alliance)	12
Abb. 1.6	Der vitruvianische Mensch von Leonardo da Vinci. (© Cameraphoto/akg-images/Picture-alliance)	13
Abb. 1.7	Die italienische 1-Euro-Münze	14
Abb. 1.8	Selbstbildnis von Albrecht Dürer aus dem Jahre 1498. (© Erich Lessing/akg-images/Picture-alliance)	15
Abb. 1.9	Kupferstich Melencolia I von Albrecht Dürer. (© Internationale Tage Ingelheim)	16
Abb. 1.10	Magisches Quadrat aus dem Kupferstich Melencolia I	16
Abb. 1.11	Die zentralsymmetrische Eigenschaft des Dürer-Quadrates	17
Abb. 1.12	Zusammenhang mit dem Todestag von Dürers Mutter	18
Abb. 1.13	Magisches Quadrat der Ordnung 3	19
Abb. 1.14	Magisches Quadrat der Ordnung 7	21
Abb. 1.15	Magisches Quadrat der Ordnung 7 mit Schrägzeilen	22
Abb. 1.16	Ein Quadrat der Ordnung 3 als Vorgabe für Goethes Hexeneinmaleins	26
Abb. 1.17	Goethes unvollständiges Hexeneinmaleins	27
Abb. 1.18	Das vervollständigte Hexeneinmaleins	27

## XVI      **Abbildungsverzeichnis**

Abb. 1.19	Wieder das Quadrat der Ordnung 3 als Vorgabe für Goethes Hexeneinmaleins	28
Abb. 1.20	Das Quadrat nach drei Zeilen der Hexe	28
Abb. 1.21	Das Quadrat nach zehn Zeilen der Hexe	29
Abb. 1.22	Das Quadrat nach zwölf Zeilen der Hexe	29
Abb. 1.23	Das vollständige magische Quadrat nach Goethes Hexeneinmaleins	30
Abb. 1.24	Die Zykloide	31
Abb. 1.25	Die Zykloide als Tautochrone	33
Abb. 1.26	Die Zykloide als Brachistochrone	33
Abb. 1.27	Meine rechte Hand mit gespreizten Fingern	35
Abb. 1.28	Veranschaulichung des Hauptsatzes von Pohlke	35
Abb. 1.29	Die weltberühmte Semperoper in Dresden	37
Abb. 1.30	Die Sagrada Familia in Barcelona	38
Abb. 1.31	Das magische Quadrat an der Sagrada Familia	39
Abb. 1.32	Vergrößerung des magischen Quadrates an der Sagrada Familia	39
Abb. 1.33	Bild zur GAGA-Hummel-Hummel-AG von Marc-M. J. Wolff-Rosenkranz	40
Abb. 2.1	Einteilung der Mathematik in 60 Klassen	55
Abb. 2.2	Ein Blick in die Unterklasse 65 N 30	56
Abb. 2.3	Auszug aus dem alphabetisch sortierten hinteren Teil des Buches	60
Abb. 2.4	Auszug aus der Sammlung musikalischer Themen	60
Abb. 2.5	Acht kleine Melodien aus zwei Tönen, jeweils drei Töne lang	61
Abb. 3.1	Eine bei $x_0$ nicht stetige Funktion	69
Abb. 3.2	Stetige Funktionen	70
Abb. 3.3	Veranschaulichung des Zwischenwertsatzes	71
Abb. 3.4	Verdopplung des Quadrates	73
Abb. 4.1	Vier Karten aus meinem Kartenspiel	88
Abb. 5.1	Erste Skizze zum Satz des Thales	94
Abb. 5.2	Zweite Skizze zum Satz des Thales	95
Abb. 5.3	Skizze zur Umkehrung des Satzes von Thales	96
Abb. 5.4	Beweisskizze zur Umkehrung des Satzes von Thales	96
Abb. 5.5	Zum Begriff „Scherung“	97
Abb. 5.6	Bezeichnungen	98
Abb. 5.7	Erste Skizze zum Beweis des Kathetensatzes	99
Abb. 5.8	Zweite Skizze zum Beweis des Kathetensatzes	99
Abb. 5.9	Foto unseres Tores mit mathematischen Symbolen	100
Abb. 5.10	Skizze zum Beweis des Höhensatzes	102
Abb. 5.11	Wie weit kann man auf der Erde sehen? $R$ Erdradius, $M$ Erdmittelpunkt, $A$ unsere Augen in der Höhe $h$ über dem Meeresspiegel, $B$ der weiteste Sehpunkt auf der Erdkugel	103

Abb. 5.12	Wie weit kann man von der Spitze des Hermannsdenkmals auf der idealen Erdkugel sehen? $H$ das Hermannsdenkmal, $V$ mein Vater. Gezeichnet ist die weiteste Entfernung. Aber das Denkmal steht ja noch 10 km weiter entfernt	105
Abb. 5.13	Nicht maßstabsgetreue Skizze zur Aufwölbung der Erde. $R$ ist der Erdradius 6371 km, $h$ ist die Aufwölbung in der Mitte zwischen den beiden Orten $A$ und $B$	106
Abb. 6.1	Foto meines Taschenrechners im Smartphone	109
Abb. 6.2	Das Rechentableau	110
Abb. 6.3	Die $u$ -Zahl 7458	110
Abb. 6.4	Die $u$ -Zahl 7469	111
Abb. 6.5	Die $n$ -Zahl 5896	112
Abb. 6.6	Die diagonale $u$ -Zahl 8624	112
Abb. 7.1	Schild am Strand von Mombasa mit Angaben von Flut (High Water) und Ebbe (Low Water)	115
Abb. 7.2	Zur Gravitationsbeschleunigung der Erde durch den Mond	118
Abb. 7.3	Differenz $d$ des Abstands Randpunkt $A$ – Mond und Mittelpunkt $M$ – Mond bei einem langen See, Länge $L$	121
Abb. 7.4	Addition der beiden Kraftvektoren	125
Abb. 7.5	Tangentialanteil des Kraftvektors	126
Abb. 8.1	Ein wunderschöner Regenbogen in der Abenddämmerung, den ich in der Nähe der Stabkirche Wang im Riesengebirge fotografiert habe	129
Abb. 8.2	Hier sehen wir die Aufspaltung des Lichtes in einem Glasprisma, wie sie Newton entdeckt hat. Rotes Licht wird dabei weniger stark abgelenkt als blaues	131
Abb. 8.3	Hier das Schnittbild eines einzelnen Regentropfens, in dem durch zweimaliges Ablenken beim Ein- und beim Austritt des Lichtes eine Aufspaltung stattfindet. Zwischendurch wird das Licht an der rechten Rückwand total gespiegelt	132
Abb. 8.4	Hier zeigen wir, dass das rote und das blaue Licht von verschiedenen Tropfen in unser Auge gelangt	133
Abb. 8.5	Der Kegelmantel, auf dem die Strahlen des Regenbogens in mein Auge gelangen	134
Abb. 8.6	Erklärung für den Nebenbogen, der manchmal oberhalb des Hauptbogens zu sehen ist	134
Abb. 8.7	Erklärung dafür, dass bei einem Haupt- und einem Nebenbogen die rote Farbe immer in der Mitte zu sehen ist	135
Abb. 8.8	Ein Zirkumzenitalbogen, aufgenommen am 04. Nov. 2017	138
Abb. 9.1	Eine Spirale als Reklame für Süßigkeiten	141
Abb. 9.2	Links ein Balkonsockel, rechts ein Ausschnitt aus einem Fronleichnamsteppich	142

## XVIII      **Abbildungsverzeichnis**

Abb. 9.3	Wir haben einen Nagel in ein Brett eingeschlagen und einen Faden darum gewickelt. Mit einem Stift am Ende des Fadens haben wir dann durch Abwickeln die Spirale gezeichnet	142
Abb. 9.4	Konstruktion einer Archimedischen Spirale nach Albrecht Dürer	146
Abb. 9.5	Evolvente gegen Archimedische Spirale	147
Abb. 9.6	Hier zwei typische logarithmische Spiralen, wie sie uns täglich begegnen können. Links der Violinschlüssel in der Musik, rechts daneben das Ende einer Violine, die in eine typische Schnecke ausläuft	149
Abb. 9.7	Die Whirlpool-Galaxie M 51 im Sternbild Jagdhunde, eine der schönsten Spiralgalaxien. Sie war die erste, bei der die Spiralstruktur erkannt wurde. Lord Rosse entdeckte sie 1845. Sie ist ungefähr 35 Mio. Lichtjahre entfernt und hat einen Durchmesser von 100 000 Lichtjahren	149
Abb. 9.8	Eine Kurve mit angetragenem Tangentenvektor $\vec{t}$ und dem senkrecht dazu stehenden Krümmungsvektor $\vec{k}$	150
Abb. 9.9	Eine Kurve mit zwei eingetragenen Krümmungskreisen	151
Abb. 9.10	Die Wurzelschnecke an unserem Garagentor	153
Abb. 9.11	Konstruktion der Wurzelschnecke	154
Abb. 9.12	Einige Häuser von Weinbergschnecken	155
Abb. 9.13	Das Foto links zeigt ein Bild aus einer Kirche in Hammerskjold, Norwegen, eine angedeutete logarithmische Spirale. Das mittlere Bild ist ein Piktogramm aus Italien für einen Hydranten. Das rechte Bild zeigt eine CD, deren Spurrillen auf der Rückseite so wie bei Schallplatten in Spiralen laufen. In der Mitte und rechts sind Evolventen zu sehen	156
Abb. 9.14	Die Glühwendel einer heißen Herdplatte	156
Abb. 10.1	Eine erste ziemlich simple Geheimschrift	158
Abb. 11.1	Auszug aus einer dpa-Meldung, wie sie vor einiger Zeit in vielen Zeitungen erschien	174
Abb. 11.2	So beginnen fast alle mit dem Schuhezubinden	176
Abb. 11.3	Jetzt die kleine Schleife noch einmal durchfädeln	176
Abb. 11.4	So sieht dann das Endprodukt aus	177
Abb. 12.1	Die einfache Wurfparabel, wenn wir die Zeit gegen die Wurfhöhe abtragen. Es ist nicht die Flugbahn des Balles, denn den haben wir ja einfach senkrecht hochgeworfen	181
Abb. 12.2	Ein schräger Wurf, Abwurfwinkel $\alpha$ schräg nach oben, bei dem wir die Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ in die beiden Komponenten $v_x$ in $x$ -Richtung, also waagrecht, und $v_z$ in $z$ -Richtung, also nach oben, zerlegt haben	184

Abb. 12.3	So sehen die echten Kurven aus, wenn ein Ball mit verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten und größer werdendem Abwurfwinkel schräg in die Luft geworfen wird	192
Abb. 12.4	Wenn man etwas steiler abwirft, entstehen solche Kurven	193
Abb. 12.5	Skizze von Leonardo da Vinci zur Idee, Kugeln über eine Stadtmauer zu lenken. Die gezeichneten Kurven sind saubere Parabeln	193
Abb. 12.6	Von Geschützen abgefeuerte Steinkugeln fliegen nicht bis zum Ende auf einer parabelförmigen Bahn, sondern fallen am Ende fast senkrecht herunter. Das ist der Einfluss des Luftwiderstandes	194
Abb. 13.1	Skizze zum Satz von Pick	195
Abb. 13.2	Das um eine halbe Einheit verkleinerte Polygon von oben	196
Abb. 13.3	Eine etwas kompliziertere Aufgabe zum Satz von Pick	197
Abb. 13.4	Skizze zum Satz von Pick	198
Abb. 13.5	Das um eine halbe Einheit verkleinerte Polygon von oben	199
Abb. 13.6	Eine etwas kompliziertere Aufgabe zum Satz von Pick	199
Abb. 13.7	Ein einfaches Polygon, ein Rechteck, dessen Seiten Gitterlinien sind	200
Abb. 13.8	Ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten Gitterlinien sind	201
Abb. 13.9	Ein beliebiges Dreieck, dessen Ecken Gitterpunkte sind	202
Abb. 13.10	Zwei Polygone, die entlang der Strecke $\overline{AB}$ zu einem gemeinsamen Polygon zusammengefügt werden	203
Abb. 14.1	Der Zahlenstrahl	208
Abb. 14.2	Eine Brücke aus sechs übereinandergelegten Steinen	218
Abb. 14.3	Ein großer Kreis (Durchmesser 2), in den viele kleinere Kreise hineingezeichnet sind	222
Abb. 14.4	Der gleiche große Kreis wie in Abb. 14.3 (Durchmesser 2), jetzt aber sind die kleinen Kreise ineinandergezeichnet	223
Abb. 14.5	Erklärung der Euklidischen Norm mittels des Satzes von Pythagoras	226
Abb. 14.6	Alle Punkte, die denselben Abstand vom Nullpunkt haben, liegen auf einem Kreis	227
Abb. 14.7	Eine andere Möglichkeit, den Abstand zu messen. Wir betrachten nur die längste Koordinate eines Vektors. Diese bestimmt den Abstand	228
Abb. 14.8	Alle Punkte, die denselben Abstand vom Nullpunkt haben, liegen diesmal auf einem Quadrat. Dieses ist also der „Kreis“ in dieser neuen Abstandsbestimmung	229

**XX      Abbildungsverzeichnis**

Abb. 14.9	Gegenüberstellung der beiden Abstandsbegriffe. Der Kreis gehört zum bekannten euklidischen Abstand, das Quadrat gehört als „Kreis“ zum neuen Abstand, der mit der maximalen Koordinate des Vektors bestimmt wird	230
Abb. 14.10	Albert Einstein auf einem meiner Schlipse	231



# 1

## Mathematik in der Kunst

### 1.1 Schönheit in der Mathematik

Für viele Menschen sind die beiden Begriffe „Mathematik“ und „Kunst“ geradezu Gegensätze. Mathematik, diese doch so trockene und häufig auch viel zu schwierige Zahlenrechnung – In Mathe war ich immer schlecht! – und dagegen die so anmutige, leicht beschwingte Muse der Kunst – wie kann das zusammengehen? Tatsächlich gibt es in vielen Teilbereichen Zusammenhänge zwischen Kunst und Mathematik. Denken Sie z. B. an die Perspektive in der Malerei. Ich werde an vielen Beispielen zeigen, wie sich Künstler häufig Anregungen aus der Mathematik geholt haben.

Aber auch umgekehrt betätigen sich viele Mathematiker als Künstler. Ja, viele Mathematiker sprechen gar von ihrer eigenen Wissenschaft als einer abstrakten Schönheit. So hat in einem Wettbewerb, welches die schönste mathematische Formel sei, folgende Formel von Euler klar das Rennen gewonnen:

$$e^{\pi \cdot i} + 1 = 0$$

Diese Formel enthält die wichtigsten mathematischen Konstanten:

#### 1. Die Euler'sche Zahl

$$e = 2,71828182845904523536028747135266249775724709369995 \dots,$$

hier mit 50 Nachkommastellen wegen der vorgegebenen Buchbreite. Sie ist die Basis der natürlichen Logarithmen.

## 2. Die Kreiszahl

$$\pi = 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510 \dots,$$

wiederum mit 50 Nachkommastellen. Sie gibt bei jedem Kreis das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser an.

3. Die komplexe Einheit  $i = (0, 1)$  in der Gauß'schen Zahlenebene.
4. Die neutrale Zahl 1 bei der Multiplikation.
5. Die neutrale Zahl 0 bei der Addition.

Ja, wirklich, wir Mathematiker empfinden diese Formel als schön. Sie kombiniert die wichtigsten mathematischen Konstanten miteinander. Zudem ist die für alle Anwender der Mathematik so wichtige Exponentialfunktion beteiligt. Diese Formel strahlt eine Souveränität aus wie keine andere. Sie ist einfach schön.

Mit Hilfe der Gleichung von Leonhard Euler (1707–1783)

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$$

und dem Wissen aus der Schule, dass

$$\cos \pi = -1, \quad \sin \pi = 0$$

ist, kann man diese schöne Formel auch unmittelbar beweisen; denn wir erhalten

$$e^{\pi \cdot i} + 1 = \cos \pi + i \cdot \sin \pi + 1 = -1 + i \cdot 0 + 1 = 0.$$

Nun, ich will im Folgenden an Beispielen zeigen, wo sich herausragende Künstler durchaus an die Mathematik herangewagt und dann ihre mathematischen Erkenntnisse mit ihrer großen Kunst verbunden haben.

## 1.2 Leonardo da Vinci

Er war Maler, Zeichner, Bildhauer, Architekt, Dichter, Musiker, Geologe, Anatom, Kartograf, Stadtplaner, Mechaniker, Ingenieur, Philosoph, Naturwissenschaftler und nicht zuletzt Mathematiker.

Leonardo da Vinci wurde am 15. April 1452 in Anchiano nahe bei Vinci, einem kleinen Dorf in der Nähe von Florenz, geboren. Seine Mutter Catarina war eine getaufte Sklavin aus Nordafrika, sein Vater Ser Piero da Vinci war

bei Leonardos Geburt 25 Jahre alt. Er war ein angesehener Notar und konnte daher in der damaligen Zeit unmöglich eine Hausangestellte, als die Leonardos Mutter arbeitete, heiraten. Leonardo wuchs aber trotzdem im Hause seines Vaters auf, durfte aber als uneheliches Kind nur eine Volksschule besuchen. Latein lernte er erst in späten Jahren. Daher darf man mit Fug und Recht davon ausgehen, dass Leonardo die Arbeiten und Erfindungen aus dem alten Griechenland und aus Rom nicht kannte.

Als Leonardo einmal die Schwerpunkte seiner Arbeit hierarchisch auflisten sollte, bezeichnete er sich zuerst

- als Architekt,
- dann als Bildhauer
- und dann erst als Maler.

Auf seinen weiteren Lebensweg will ich nicht näher eingehen, sondern lediglich die Punkte herausheben, die Leonardos Verbindung zur Mathematik zeigen.

## Der Satz des Pythagoras

Dieser Abschnitt bietet eine gute Gelegenheit, mit einem alten Vorurteil aufzuräumen. Selten trifft man jemanden, dem der Satz des Pythagoras unbekannt ist. Die meisten Menschen sagen aber als spontane Antwort: Ja, klar, Pythagoras ist doch

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Da blickt man als Mathematiker etwas ratlos; denn was meint der nur mit  $a$  und  $b$  und  $c$ ? Ohne eine Erklärung ist das doch nur eine leere Formel. Dahinter steckt das Vorurteil, dass sich Mathematiker mit Zahlen, wenn es hoch kommt, vielleicht noch mit Formeln befassen. Ich denke da an einen bekannten Film, in dem ein offensichtlich hochbegabter Junge schwierigste mathematische Aufgaben löst, obwohl er eigentlich nur den Flur fegen soll. Kurz danach kommt die Filmsequenz, über die ich mich ärgere. Da stehen nämlich dieser Junge und ein Lehrer an der Tafel und sollen wohl irgendwie mit Mathematik umgehen. Das entwickelt sich dann so, dass der Junge eine Formel an die Tafel schreibt. Daraufhin stöhnt der Lehrer auf, wischt die Formel weg und schreibt selbst eine andere an. Darauf stöhnt der Junge und ändert die Formel durch Wischen ab. Das geht so eine Weile, ohne dass einer der beiden außer Stöhnen ein Wort hervorbringt. Da hatte wohl der Drehbuchschreiber den Gedanken im Kopf, dass Mathematiker nur mit Zahlen und Formeln um sich werfen, anderes können sie aber nicht von sich geben.

Hier an diesem Beispiel sehen Sie den Unterschied. Wenn wir erklären wollen und sollen, was die Formel oben ausdrückt, so müssen wir eine ganze Menge reden. Das sieht dann so aus:

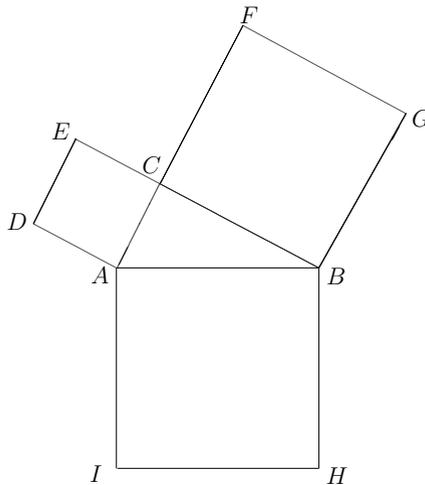
**Satz 1.1** *Gegeben sei ein beliebiges rechtwinkliges Dreieck mit den beiden Katheten  $a$  und  $b$  und der Hypotenuse  $c$ . Über jeder der drei Seiten zeichnen wir das Quadrat mit dieser Seitenlänge. Dann sind die Flächen der beiden Kathetenquadrate zusammen genauso groß wie die Fläche des Hypotenusenquadrates, in Zeichen gilt also:*

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Das waren doch drei grammatikalisch richtige und vollständige Sätze. So sprechen Mathematiker, die Formel ohne diese Erklärung ist inhaltsleer. Und in der Mathematik ist es geradezu verpönt, inhaltsleere Aussagen zu machen. Darum ärgere ich mich über diese falsche Darstellung in dem Film.

Nebenbei sei bemerkt, dass wir diesen „Satz“ natürlich auch als nur einen Satz formulieren könnten; dann müssten wir die im Konjunktiv geschriebenen Voraussetzungen in einem „wenn-Satz“ formulieren, z. B.: Wenn in einem beliebigen rechtwinkligen Dreieck die beiden Katheten mit  $a$  und  $b$  und die Hypotenuse mit  $c$  bezeichnet wird und ... Das wäre dann insgesamt ein Satz, aber er wäre etwas unhandlich.

In der Skizze (Abb. 1.1) zum Satz des Pythagoras wird das Ganze veranschaulicht:



**Abb. 1.1** Skizze zum Satz des Pythagoras

Die Schwierigkeit dieses Satzes liegt in der Voraussetzung, dass das alles für ein beliebiges rechtwinkliges Dreieck gelten soll. Beliebig viele, das sind unendlich viele – wie sollen wir das denn beweisen? Abb. 1.1 zeigt ein einziges solches Dreieck. Wenn wir hier nachmessen und sehen, dass es wohl stimmt, taugt das höchstens zu einer Vermutung. Wir müssen uns eine Kette von Folgerungen einfallen lassen, die unabhängig von dem gerade zufällig gewählten Beispiel ist.

Für den Satz des Pythagoras gibt es inzwischen Bücher mit mehr als 200 Beweisen. Da haben sich also viele Leute getummelt. Einer der ersten war Leonardo da Vinci. In dem Buch des italienischen Mathematikers Fra Luca Pacioli (1445–1517) mit dem Titel *De Divina Proportione*, veröffentlicht um 1500, befinden sich Zeichnungen von Leonardo da Vinci; eine davon befasst sich mit unserem Satz. Schauen Sie sich Abb. 1.2 genau an.

In der Mitte sehen wir das Ausgangsdreieck  $ABC$ . Jeweils über den Katheten und der Hypotenuse sind die zugehörigen Quadrate eingezeichnet. Jetzt kommen die Ideen von Leonardo dazu. Ganz unten über der Linie  $HI$  ist das Ausgangsdreieck noch einmal gezeichnet. Drei weitere Linien vervollständigen die Figur. Die Linie  $EF$  vervollständigt die Figur nach oben. Die beiden Linien  $DG$  und  $CJ$  durchschneiden die Gesamtfigur.

Jetzt schauen wir genauer hin. Ein Teil der Linie  $DG$  ist die Diagonale im Quadrat  $CBGF$ , der andere Teil ist die Diagonale im Quadrat  $ACED$ .

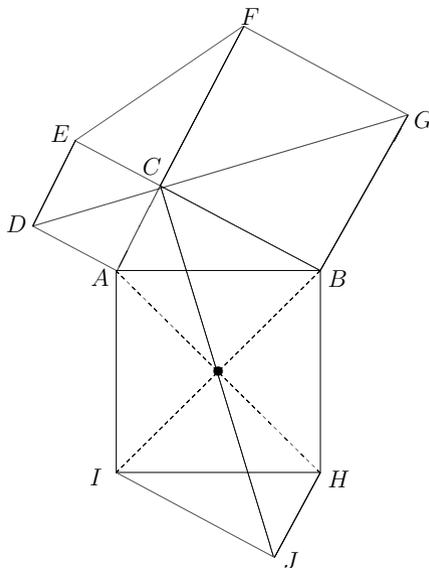


Abb. 1.2 Von Leonardo da Vinci erweiterte Skizze zum Satz des Pythagoras

Beide Diagonalen liegen auf einer Linie, weil Diagonalen im Quadrat unter  $45^\circ$  auf den Eckpunkt auftreffen und weil bei  $C$  ja der rechte Winkel des Ausgangsdreiecks liegt.

Das ergibt die erste wichtige Erkenntnis, dass die Linie  $DG$  die ganze sechseckige Figur  $ABGFED$  in zwei deckungsgleiche Hälften teilt. Wenn wir also das Viereck  $DGFE$  entlang der Linie  $DG$  falten, erhalten wir das Viereck  $DABG$ .

Jetzt betrachten wir das Sechseck  $AIJHBC$ . Wenn wir dieses ganze Sechseck um den Mittelpunkt im unteren Quadrat, also den eingezeichneten dicken Punkt, um  $180^\circ$  drehen, so überdeckt die gedrehte Figur die alte Figur. Dieses Sechseck ist also punktsymmetrisch bezogen auf den eingezeichneten dicken Punkt. Damit ist das Viereck  $AIJC$  nach  $180^\circ$  Drehung deckungsgleich mit dem Viereck  $CJHB$ .

Wir haben also im oberen Teil der Figur zwei deckungsgleiche Vierecke und im unteren Teil ebenfalls, wobei das Dreieck  $ABC$  in beiden Sechsecken beteiligt ist, was wir später berücksichtigen müssen.

Jetzt kommt der schwierigste Moment. Wir wollen zeigen, dass das Viereck  $ABGD$  kongruent, also deckungsgleich, zum Viereck  $AIJC$  ist.

Die Deckung erreichen wir hier durch eine Drehung um  $90^\circ$  im Uhrzeigersinn um den Punkt  $A$ . Wollen Sie es selber herausfinden, oder darf ich kurz helfen? Nun, wenn wir das Viereck  $ABGD$  um  $A$  um  $90^\circ$  drehen, kommt doch  $D$  zum Punkt  $C$  und  $B$  zum Punkt  $I$ . Der Winkel  $ABG$  bei  $B$  setzt sich zusammen aus dem (hier nicht eingezeichneten) Winkel  $\beta$  und dem rechten Winkel  $CBG$ . Genau so ist doch nach Konstruktion der Winkel  $AIJ$  bei  $I$  zusammengesetzt. Beachten Sie, dass wir das Ausgangsdreieck nach unten an die Linie  $IH$  drangezeichnet haben. Das bedeutet jetzt aber, dass der Punkt  $G$  zum Punkt  $J$  kommt. Damit ist die Linie  $DG$  direkt auf die Linie  $CJ$  gedreht worden. Beide Vierecke  $ABGD$  und  $AIJC$  sind deckungsgleich.

Jetzt kommen wir zum Schlusspunkt. Wir wissen aus obiger Überlegung, dass die Sechsecke  $ABGFED$  und  $AIJHBC$  deckungsgleich sind. Jetzt rechnen wir die Flächeninhalte beider Sechsecke getrennt aus.

Das Sechseck  $ABGFED$  besteht aus dem Ausgangsdreieck  $ABC$  und dem dazu deckungsgleichen Dreieck  $FEC$  und den beiden Quadraten. Also ist

$$\mathcal{F}_{ABGFED} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + a^2 + b^2.$$

Dabei haben wir ausgenutzt, dass ein rechtwinkliges Dreieck ein halbes Rechteck ist, dass also ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten  $a$  und  $b$  den Flächeninhalt  $\mathcal{F} = \frac{a \cdot b}{2}$  hat.

Das Sechseck  $AIJHBC$  besteht aus dem Ausgangsdreieck  $ABC$ , dem dazu deckungsgleichen Dreieck  $HIJ$  und dem großen Quadrat  $AIHB$ , also

$$\mathcal{F}_{AIJHBC} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + c^2.$$

Wegen der Gleichheit beider Flächeninhalte erhalten wir

$$\mathcal{F}_{ABGFED} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + a^2 + b^2 = \mathcal{F}_{AIJHBC} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + c^2.$$

Und aus dieser Gleichung folgt sofort

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Jetzt haben wir alles bewiesen. Wie, werden Sie fragen, haben Sie denn alle, wirklich alle rechtwinkligen Dreiecke untersucht? Wir hatten doch nur ein einziges hingezeichnet und daran argumentiert.

Aber halt, wir haben nur die Rechtwinkligkeit des Dreiecks vorausgesetzt, sonst aber keine weitere Spezialisierung von diesem Dreieck vorgenommen. Nirgends haben wir verlangt und benutzt, dass unser Ausgangsdreieck eine Seitenlänge  $c = 3,1$  cm oder so hätte. Auch die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  waren uns völlig egal. Wir haben also für jede beliebige Seitenlänge und jeden beliebigen Winkel argumentiert. Damit sind unsere Argumente in jedem beliebigen rechtwinkligen Dreieck korrekt und anwendbar. Wir haben also die Aussage des Herrn Pythagoras wirklich für jedes beliebige rechtwinklige Dreieck bewiesen.

Diesen großartigen Beweis finden wir bei Leonardo da Vinci, vor 500 Jahren überlegt.

## Perpetuum mobile

Ein alter Menschheitstraum ist die Erzeugung von Energie aus dem Nichts. Das würde alle unsere Probleme mit einem Schlag radikal lösen, wenn es denn ginge. Kann man eine Apparatur herstellen, die einfach so alleine läuft, ohne dass Kraft oder halt Energie von außen zugeführt wird? Solch eine Maschine nennt man Perpetuum mobile, dauernde Bewegung. Gute Lateiner wissen natürlich auch, wie der Plural heißt: Perpetua mobilia.

Leonardo da Vinci hatte wohl ursprünglich auch diesen Traum. Aber dieser große Geist ließ sich nicht beirren. Als Erstes hat er sich ein „Perpetuum



**Abb. 1.3** Von Leonardo da Vinci ausgedachtes „Perpetuum mobile“, Nachbau in einer Ausstellung

mobile“ ausgedacht. In einer Ausstellung fand ich das in Abb. 1.3 dargestellte Experiment:

Nun durften und sollten die Besucher der Ausstellung an der Apparatur im Gegenuhrzeigersinn drehen. Dabei passiert Folgendes: Wenn ein Klöppel ganz oben ist, so fällt er bei weiterem Drehen nach links um. Dadurch gerät er wesentlich weiter vom Mittelpunkt des Rades weg. Damit überträgt er eine größere Kraft auf das Rad als die rechts enger am Radius anliegenden Klöppel. So erhält das Rad einen Schlag und dreht sich alleine weiter, bis der nächste Klöppel sich oben umlegt und dem Rad wieder einen Schlag versetzt. Weil die nach links umgeklappten Klöppel alle weiter von der Achse entfernt sind als die rechten, geht das Spiel weiter und weiter und weiter und immer weiter. Das Rad hört nie auf, sich zu drehen. So jedenfalls die Hoffnung.

Die Gemeinheit ist, dass das so leider nicht klappt. Beim Versuch drehte sich zwar das Rad eine Weile unter lautem Geklapper herum, wurde dann aber immer langsamer und blieb schließlich ganz stehen. Wo liegt der Fehlschluss?

Nun, darüber dachte Leonardo nach. Das Ergebnis seiner Überlegungen sehen wir in Abb. 1.4.

Besonders am oberen Rand der Skizze sieht man Linien und Eintragungen. Das entpuppt sich bei genauem Hinschauen als Darstellung der auftretenden